GAUSS-DAĞILIMLI OLMAYAN GÜRÜLTÜDE SİNÜZOİDAL PARAMETRE KESTİRİMİ *

Mustafa A. Altınkaya, Bülent Sankur, Emin Anarım, Hakan Deliç

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Boğaziçi Üniversitesi,
80815, Bebek, İstanbul
E. Posta : altink, sankur, anarim, delic @busim.ee.boun.edu.tr

Özetçe

Sinüzoidal sıklık kestiriminde toplanır gürültü Gauss-olmayan bir dağılıma, özellikle de dürtün (impulsive) bir karaktere sahipse verinin bölütlere ayrılması ve her bir bölütteki parametre kestirimlerinin doğrusal-olmayan ortalamalarının kullanılmasıyla parametre kestirimlerinin iyileşebileceği gösterilmiştir. Bu amaçla ortalama işleminin farklı parametreler üzerinde alınmasının, kullanılan ortalama yönteminin, bölüt sayısının, gürültü tipinin dürtünlüğünün kestirim başarımına etkisi araştırılmıştır. Kullanılan ortalama tekniklerinden sıra (rank) süzgeçlemesi genel olarak diğer tekniklere üstünlük sağlamaktadır.

1 Giriş

Toplanır beyaz gürültü ortamında kısa bir veri kaydından ton tipindeki sinyallerin parametrelerinin kestirimi problemi, sayısal sinyal işlemenin kuramında ve uygulamasında hala güncelliğini sürdürmektedir. Toplanır beyaz gürültü çoğu kez Gauss-olmayan bir olasılık dağılımı sergiler. Bu durumlarda, özellikle gürültü etekleri daha dolu bir olasılık dağılımına sahipse, doğrusal olmayan ortalama tekniklerinin modele dayalı kestiricilerin başarımlarını, sapkın (outlier) kestirimleri eleyerek iyileştirmesi beklenebilir.

Çalışmanın bir amacı da doğrusal-olmayan ortalamaların, gürültü dağılımı Gauss olsun ya da olmasın, nasıl bir başarım sergileyeceklerinin araştırılmasıdır. Gauss gürültüsü durumunda kestirim başarımını pek azaltmayan, fakat Gauss-olmayan gürültü ortamlarında önemli başarım artışı sağlayan, başka bir deyişle gürültünün olasılık dağılımına karşı gürbüz ortalama alma yöntemlerinin değerlendirilmesi çalışmanın başlıca amacını oluşturmaktadır.

2 Sinyal ve Olasılık Modelleri

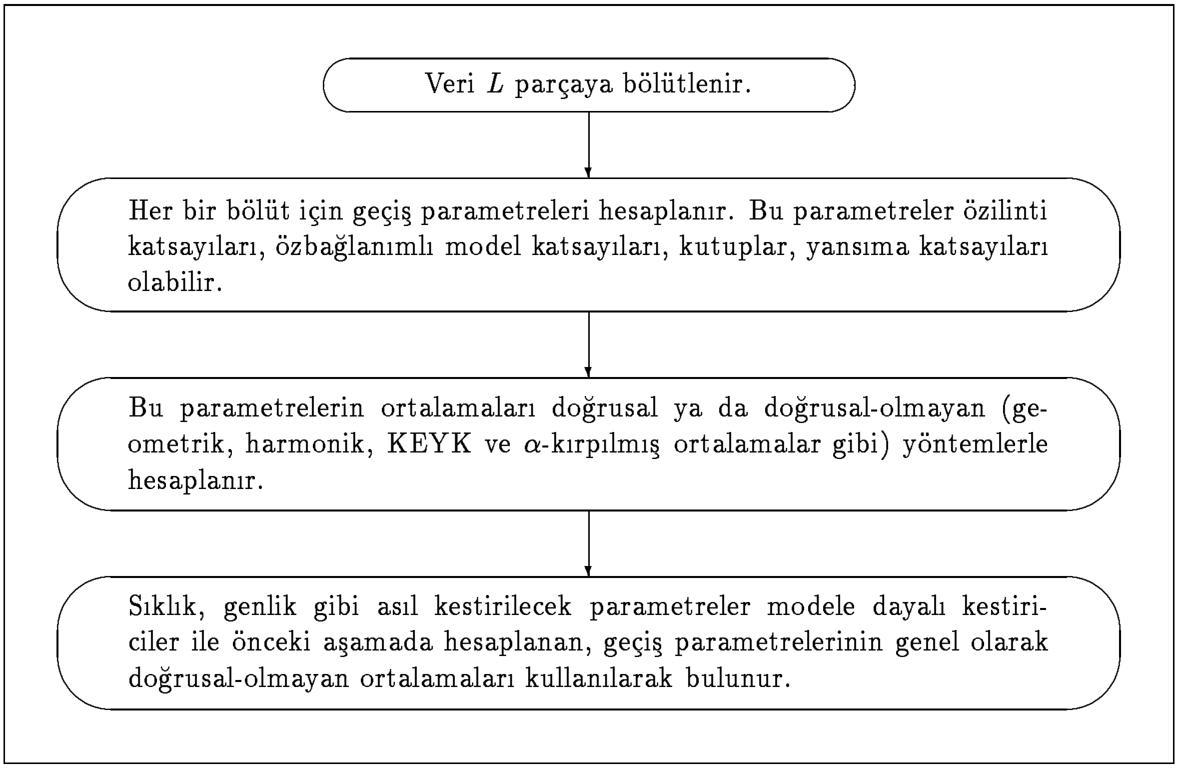
Sinyalin gerçel sinüzoidallerin toplamından oluştuğunu,

$$s_n = \sum_{k=1}^{K} A_k sin(2\pi f_k n + \theta_k) \tag{1}$$

ve toplanır beyaz gürültü ortamında gözlemlendiğini,

$$x_n = s_n + e_n \qquad n = 1, \cdots, N \tag{2}$$

*Bu çalışma TÜBİTAK tarafından EEEAG-83 ve EEEAG-139 sayılı projeler kapsamında desteklenmektedir.



Şekil 1: Önerilen ortalama yönteminin akış çizeneği.

varsayalım. Burada $\{e_n\}$ bağımsız özdeş dağılımlı, değişintisi (değişintinin tanımlı olduğu olasılık dağılımları için) σ^2 olan bir gerçel raslantısal değişken dizisini, N veri örneklerinin sayısını, K ton sinyallerinin sayısını göstermektedir. Bilinmeyen parametrelerin k'ıncı ton sinyali için genlik A_k, ton sıklığı f_k ve evre açısı θ_k olduğu varsayılmıştır. Çalışmadaki benzetimler $K = 1$ tek ton için yürütülmüştür.

Çalışmada kullanılan toplanır gürültünün olasılık dağılımları ise şunlardır:

- **Laplace dağılımı:** Laplace olasılık dağılımı aşağıdaki şekilde verilir:

$$f_X(x) = \frac{\lambda}{2} \exp -|\lambda x| \qquad -\infty < x < \infty \tag{3}$$

  Laplace dağılımlı bir raslantısal değişkenin beklentisi $\mu = 0$ ve değişintisi $\sigma^2 = \frac{2}{\lambda^2}$'dir.

- **Simetrik α-Kararlı (SαK) Dağılımlar**: SαK dağılımlar karakteristik işlevleri

$$\phi(\omega) = \exp\left(j\delta\omega - \gamma|\omega|^{\alpha}\right) \tag{4}$$

  ile tanımlanırlar. Burada α $(0 < \alpha \leq 2)$ dağılımın karakteristik üsteli, δ $(-\infty < \delta < \infty)$ konum parametresi ve γ $(\gamma > 0)$ saçılım (dispersion) parametresidir. α arttıkça SαK dağılımın dürtün özelliği azalır. Saçılım parametresi γ, Gauss dağılımdaki değişintiye benzer bir işlev üstlenmiştir. Bu olasılık dağılımlarının açık ifadeleri genel olarak yazılamamakla birlikte $\alpha = 1$ ve $\alpha = 2$ değerleriyle çok bilinen iki dağılım Cauchy

$$f(x) = \frac{1}{\pi\gamma\left(1 + \left(\frac{x-\delta}{\gamma}\right)^2\right)} \qquad -\infty < x < \infty \tag{5}$$

ve Gauss dağılımları elde edilir. Eğer gürültü dizisi $\{e_n\}$ sıfır konum parametreli birim saçılımlı Cauchy bir süreç ise , $\{\gamma e_n\}$ dizisi sıfır konum parametreli γ saçılımlı Cauchy bir süreçtir. Genel olarak SαK bir dağılımın yalnızca dereceleri $p < \alpha$ olan momentleri tanımlanabildiği için, bu değişkenlerin beklenti ve değişintileri tanımlanamaz.

3 Gürültüye Karşı Ortalama Alma Yöntemi

Toplanır gürültü etekleri dolu bir olasılık dağılımına sahip olduğunda doğrusal-olmayan ortalama tekniklerinin sapkın değerleri eleyerek sinüzoidal parametre kestirimlerini iyileştireceği savlanmaktadır. Ortalama alma işlemleri özilinti katsayıları, kutuplar gibi geçiş parametrelerine uygulanabilmekle birlikte doğrudan kestirilmesi amaçlanan sinüzoidal sıklık gibi parametrelere de uygulanabilir. Önerilen yöntemin akış çizeneği Şekil 1'de sergilenmiştir.

Bu çalışmada ele alınan doğrusal olmayan ortalama yöntemleri geometrik, harmonik, K-en-yakın komşu (KEYK) ve α-kırpılmış (α-trimmed) ortalamalardır [2]. KEYK yönteminde, ortalaması alınacak parametrelerin aritmetik ortalamasına en yakın konumda olan K adet değerin ortalamaları alınmaktadır. KEYK yönteminin Çizelge 1'deki aritmetik tanımında $\{x^i\}$ artan Öklid uzaklığına $\delta_i = \delta_i(\mu_{AR}, x^i)$ göre sıralanmış gözlemleri göstermektedir. α-kırpılmış ortalama ise , $\lfloor L\alpha \rfloor$, $L\alpha$'dan küçük olan en büyük tamsayıyı gösterdiğinde, sıra süzgeçlemesi ile $(\lfloor L\alpha \rfloor + 1)$'nci sıra ile $(L - \lfloor L\alpha \rfloor)$'ncı sıra arasındaki değerlerin aritmetik ortalamasının alınmasıyla bulunur [1]. α'nın alabileceği değerler $0 \leq \alpha \leq 0.5$ aralığındadır. İki uç değer ise çok bilinen ortalama tekniklerine yakınsar :

- $\alpha = 0$ $\Rightarrow$ aritmetik ortalamayı verir,
- $\alpha = 0.5$ $\Rightarrow$ ortanca değeri verir.

Çizelge 2'de ise hangi sıklık kestiricilerinde hangi parametrelere ortalama yöntemlerinin uygulandığı verilmiştir. Pisarenko, Yüksek Kerteli Yule-Walker (YKYW) ve Tufts-Kumaresan (TK) sıklık kestiricileri verinin özilinti matrisini kullanırlar. Pisarenko ve TK kestiricileri alt-uzay teknikleri olup, Pisarenko kestiricisi tek boyutlu gürültü uzayı özvektörünü, TK kestiricisi ise sinyal uzayı özvek- törlerini kullanarak ton sıklıklarını kestirirler. YKYW ton kestirimleri Levinson-Durbin algoritması ile bulunan özbağlanımlı çokterimlinin sıfırları olarak elde edilir. Matris Kalemi (MK) yönteminde ise sinyalin kutupları biri diğerine göre bir örnek kaydırılmış veri dizisiyle oluşturu- lan iki matristen elde edilen genelleştirilmiş özdeğerleri olup ton sıklıkları bu kutupların açısı ola- rak bulunmaktadır [3]. Kestiricilerin kerteleri ise "YKYW-12" deki gibi belirtilmiştir.

4 Benzetim Sonuçları

Benzetimlerde aksi belirtilmedikçe örnek sayısı $N = 275$, bölüt sayısı $L = 11$'dir. Gürültü gerçeklemesi 30 kez yinelenmiş ve her bir gerçekleme için 20 rasgelece seçilmiş sinüzoid evresi uygulanmıştır. Sinyal Gürültü Oranı (SGO), Gauss ve Laplace dağılımlı gürültüler için $SGO = \frac{A^2}{2\sigma^2}$ şeklinde hesaplanır. Cauchy gürültüler için ise Cauchy bir rastlantısal değişkenin değişintisinin tanımlı olmaması nedeniyle SGO yerine

$$GSGO = 10 \log \left(\frac{1}{\gamma N} \sum_{n=1}^{N} |x(n)|^2\right) \tag{6}$$

Çizelge 1: Ortalama yöntemlerinin tanımları

Ortalama Yöntemi	Simge	Aritmetik tanım
Aritmetik Orta	μ_{AR}	$\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} x_i$
Geometrik Orta	μ_{GE}	$\left(\prod_{i=1}^{L} x_i\right)^{1/L}$
Harmonik Orta	μ_{HAR}	$\frac{L}{\sum_{i=1}^{L}\frac{1}{x_i}}$
KEYK-Ortalaması	μ_{KNN}	$\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}\delta_i(\mu_{AR}, x^i);\quad i = 1,\ldots,K;\quad \delta_1 \leq \delta_2 \leq \cdots \leq \delta_L$
α-kırpılmış orta	μ_α	$\frac{x_{(\lfloor L\alpha\rfloor+1)}+\cdots+x_{(L-\lfloor L\alpha\rfloor)}}{L-2\lfloor L\alpha\rfloor}$

Çizelge 2: Sıklık kestiricileri ve bölüt ortalamalarının alındığı parametreler

	Özilinti	Özbağlanım katsayısı	Yansıma katsayısı	Kutuplar	Sıklık
Pisarenko	*	*	*		*
YKYW	*	*	*		*
TK		*			*
MK				*	*

şeklinde verilen genelleştirilmiş SGO (GSGO) kullanılmıştır. Yine aksi belirtilmediği durumlarda $GSGO = 10\,dB$'dir. Benzetim çalışmaları sonucunda Gauss-olmayan gürültü ortamında kestirilen sıklığın ortalama kare hatasının (OKH)

- ortalama alma yöntemine göre sıralaması
- ortalaması alınacak parametreye göre sıralaması

belirlenmiş, böylece gürültüye karşı en fazla dayanıklılık sağlayan parametre ve ortalama yöntemleri saptanmıştır. OKH ise $\hat{f}_1$ kestirilen sıklık olmak üzere $\sigma_f^2 = E[(f_1 - \hat{f}_1)^2]$ olarak hesaplanmış, şekil ve çizelgelerde ise $-10\log OKH$ olarak verilmiştir. Böylece, sözgelimi OKH değeri $-40\ dB$ ve örnekleme sıklığı da $1000\ Hz$ olduğunda sıklık kestiriminin standart sapması $10\ Hz$'den az olacaktır.

4.1 Ortalama yöntemlerinin (sıklık üzerinde) karşılaştırılması

Şekil 2'de YKYW-12'nin herbir bölütten elde edilen sıklık kestirimlerinin ortalanması ile Cauchy gürültüde OKH'nın sıklığa bağlı değişimi görülmektedir. Çizelge 3'te ise yine Cauchy gürültüde ortalama yöntemleri farklı parametrelere uygulandığında ortalamasız kestirime göre sağlanan OKH kazancının $0.1 - 0.4$ sıklık değerlerindeki ortalaması verilmektedir. Şekil 2'deki sonuçların, Çizelge 3'deki son kolonda verilen sıklık ortalamasının sağladığı OKH kazancıyla birlikte değerlendirilmesiyle, geometrik ve harmonik ortalamanın sıklık kestirimini kötüleştirdiği, aritmetik ortalamanın $14.6\ dB$ gibi bir OKH kazancı sağlamakla birlikte bu kazancın $27.6\ dB$'lik KEYK ortalaması ($K = 9$) ve $32.0\ dB$'lik ortanca süzgeç ve α-kırpılmış ortalama ($\alpha = 0.3$) OKH kazancından çok az olduğu görülmektedir. Ortalama yöntemlerinin Şekil 2'de görülen başarım-

Çizelge 3: YKYW-12 sıklık kestiricisinde farklı ortalama yöntemlerinin, farklı parametrelere uygulanmasıyla Cauchy gürültüde ($GSGO = 10\ dB$ ve $L = 11$) ortalamasız kestirime göre sağlanan OKH kazancı (dB). (OKH kazancı $0.1 - 0.4$ sıklık değerleri arasındaki OKH kazançlarının ortalamasıdır.)

	Özilinti	Yansıma katsayısı	Özbağlanım katsayısı	Sıklık
Aritmetik Orta	2.7	21.2	23.5	14.6
Geometrik Orta	-5.6	-7.2	-7.7	1.3
Harmonik Orta	-2.8	-6.5	-7.7	2.0
Ortanca	28.0	22.8	17.6	32.0
KEYK-Ortalaması	29.1	22.6	18.4	27.6
α-kırpılmış orta	33.6	23.6	20.0	32.0

larını bir iki sözcük ile betimlemek gerekirse: 1) ortalamasız, geometrik orta ve harmonik orta ile kestirim çok kötü, 2) aritmetik orta ile kestirim kötü, 3) KEYK ortalaması ile kestirim iyi, 4) ortanca ve α-kırpılmış orta ile kestirim çok iyi sonuç vermişlerdir. Ortalama yöntemlerinin Pisarenko, TK ve MK kestiricileriyle kullanılması ile de benzer vargılara ulaşılmıştır.

4.2 Ortalanan parametre türünün karşılaştırılması

Ortalama yöntemlerini karşılaştırıp α-kırpılmış ortalamanın en iyi sonucu verdiğini gördükten sonra, ortalama alma işlemini hangi parametrelere uygulamanın daha etkin olacağını bulmak önemli olmaktadır. Bu amaçla YKYW-12 kestiricisi ile α-kırpılmış ortalamanın değişik parametrelere uygulandığı zaman elde edilen OKH'nın sıklığa bağlı değişimi Şekil 3'de gösterilmektedir. Bu şekildeki sonuçların Çizelge 3'deki son satırda verilen α-kırpılmış ortalamanın farklı parametrelerde sağladığı OKH kazancıyla birlikte değerlendirilmesiyle, yansıma ve özbağlanım katsayılarının ortalanmasının 23.6 dB ve 20.0 dB gibi oldukça iyi bir OKH kazancı sağlamakla birlikte, sıklık ortalamasının 32.0 dB, özilinti ortalamasının ise 33.6 dB OKH kazancı ile çok daha başarılı oldukları görülmüştür.

Çizelge 3'deki sonuçlara göre seçilen bazı ortalama yöntemlerive bazı parametrelerin oluşturduğu en iyi çiftler için OKH sonuçları Çizelge 4'de TK ve MK yöntemlerindeki başka çiftlerle birlikte listelenmiştir.

Çizelge 4'de görüldüğü gibi YKYW ve Pisarenko karşılaştırıldığında, göreli sıralarını tam korumamakla birlikte, biri için iyi olan ortalama-parametre çiftinin (örneğin özilinti ve ortanca) diğeri için de iyi olduğu saptanmıştır. TK ve MK kestiricileriyle ise ortalama yöntemleri Çizelge 2'deki parametrelere uygulandığında TK için özbağlanım katsayılarının ortalanmasının, MK için ise kutupların ortalanmasının sıklık değerlerinin ortalanmasına oranla daha başarılı oldukları görülmüştür.

4.3 OKH'nın SGO veya GSGO'na bağlı değişimi

Şekil 4'de TK-12 sıklık kestiricisinin Çizelge 4'de en başarılı sonuçları verdikleri görülen özbağlanım katsayılarına ortanca süzgeç, KEYK ortalama ve α-kırpılmış ortalama teknikleri uygulanmasıyla ve ortalamasız elde edilen sıklık bandı üzerinde ortalaması alınmış OKH'nın Cauchy gürültüde GSGO'ya, Laplace gürültüde SGO'ya bağlı olarak değişimi görülmektedir. Cauchy

Çizelge 4: Ortalama yöntemi ve uygulandığı parametrelerin oluşturduğu en iyi çiftler için sıklığa göre ortalaması alınmış (1/OKH) (dB) (Cauchy gürültü)

	YKYW-12	Pisarenko	YW-2	TK-12	MK-12
Özilinti ve α-kırpılmış orta	40.6	33.6	19.1	-	-
Sıklık ve ortanca	39.0	35.5	21.3	41.8	41.5
Sıklık ve α-kırpılmış orta	39.0	34.0	21.1	37.5	37.2
Özilinti ve KEYK-Ortalaması	35.9	29.4	16.5	-	-
Özilinti ve ortanca	35.5	33.6	20.1	-	-
Sıklık ve KEYK-Ortalaması	34.5	31.7	18.4	30.2	28.4
Özbağlanım katsayısı ve α-kırpılmış orta	-	-	-	42.03	-
Özbağlanım katsayısı ve KEYK-Ortalaması	-	-	-	41.3	-
Kutup ve ortanca	-	-	-	-	40.7

gürültüde $0\,dB$'den başlayarak GSGO arttıkça KEYK ve α-kırpılmış ortalama ile ortanca değer kullanımının sağladığı kazanç artmakta ve $GSGO = 10\,dB$ yöresinde en yüksek değerine ulaşıp sonra azalmaktadır.

Laplace gürültü dağılımı durumunda ise bölütleme ve bölütler üzerinden ortalama işlemi OKH'yı Şekil 4'deki (II)'de görüldüğü gibi tüm ortalama yöntemlerinde yaklaşık $20dB$ kötüleştirmektedir. Geometrik ve harmonik ortalamaların başarımları ise $GSGO < 10dB$ olduğunda daha da düşüktür. Ortalama yöntemi PK , YKYW-12 ve MK-12 kestiricilerinde kullanıldığında da benzer sonuçlar elde edilmiştir. Sonuç olarak sapkın gidermeye yönelik algoritmalar Cauchy gibi geniş etekli dağılımda işe yararken, Laplace, Gauss gibi derleşik bir olasılık kütlesine sahip gürültü ortamlarında kayıplara bile yol açmaktadır.

4.4 OKH'nın α-kararlı dağılımların α'sına bağlı değişimi

Laplace ve Gauss gürültülerde bölütleme ve ortalama alma işleminin ortalama yönteminden bağımsız olarak kestirim başarımını kötüleştirmesi, gürültünün dürtün özelliği zayıfladığında ortalama yönteminin yararının zarara dönüştüğünü göstermiştir. Bu bakımdan toplanır gürültü olarak, dürtün karakteri α parametresiyle belirlenen α-kararlı süreçlerin kullanımıyla ortalamanın yararının zarara dönüştüğü dürtün karakter eşiği α parametresi cinsinden incelenmiştir. Şekil 5'de YKYW-12 sıklık kestiricisinin sıklığa göre ortalama OKH kazancının α-kararlı gürültünün α'sına bağlı değişimi görülmektedir. Ortanca, KEYK ortalaması ($K = 9$) ve α-kırpılmış ortalama ($\alpha = 0.3$) için elde edilen sonuçlar kararlı dağılım üsteli α artttıkça yani dürtün karakter azaldıkça kazancın da giderek azaldığını ve $\alpha = 1.5$'den itibaren bölütleme ve ortalama yönteminin OKH'nın artmasına yol açtığı görülmektedir.

4.5 OKH'nın bölüt sayısına bağlı değişimi

Ortalama yöntemlerinin bölüt sayısına bağlı davranışını belirlemek üzere değişen N ve L değerlerinde ortalamalı kestirimlerin , ortalamasız kestirimlere olan OKH kazançları araştırılmıştır. Şekil 6'de $GSGO = 10\,dB$ iken Cauchy gürültüde Pisarenko kestiricisi ile elde edilen sonuçlar görülmektedir. OKH kazancının bölüt sayısı ile birlikte düzenli olarak arttığı izlenmektedir. Aslında bölüt sayısı çok arttırıldığında çözünürlük azalmaktadır, bu bakımdan en küçük bölüt uzunluğu 25'e sınırlandırılmıştır.

5 Sonuçlar

Sinüzoidal sıklık kestiriminde Gauss'tan çok daha büyük değerlere erişebilme olasılığı olan etekleri dolu gürültülere karşı doğrusal olmayan ortalama yöntemlerinin kullanımı ile alınan sonuçlar şöyle özetlenebilir.

- Ortalama alma işleminin Şekil 1'de de gösterildiği gibi geçiş parametrelerine yani özilinti katsayıları, özbağlanımlı model katsayıları, kutuplar, yansıma katsayılarına uygulanması çoğu kez, kestirilecek sıklık parametresine uygulanmasından daha etkili olmuştur.

- Sıra süzgeçlemesi yani α-kırpılmış ortalama ve ortanca değer kullanımı Cauchy gürültüde diğer ortalama yöntemlerine kıyasla daha başarılı sonuçlar vermişlerdir.

- Genel olarak KEYK ve α-kırpılmış ortalamalarda, ortalamanın sağladığı kazancın K ve α değerlerine çok duyarlı olmadığı görülmüştür.

- Ortalama yöntemlerinin etkili olabilmesi için bölüt sayısının 10'dan daha büyük olması gerektiği ve bölüt uzunluğu kestiricilerin başarılı olabileceği en küçük uzunluğun altına düşmediğinde OKH kazancının bölüt sayısı ile birlikte düzgünce arttığı görülmüştür.

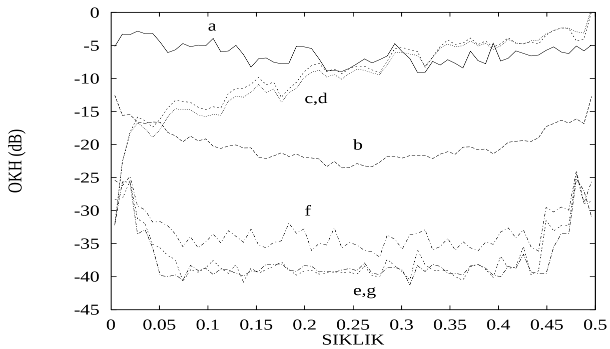
- Ortalama yöntemlerinin toplanır gürültünün dürtün karakterini yitidikce yararlarının yok olduğu ve sıfır kazanç durumuyla α-kararlı gürültünün yaklaşık $\alpha = 1.5$ değerinde karşılaşılmıştır. Ancak dürtün özelliği olmayan gürültülerde ortalama yönteminin neden olacağı sınırlı başarım azalmasına karşılık, Cauchy benzeri gürültülerde ortalama yönteminin sağladığı büyük başarım artışı, gürültünün dürtün de olabilecek dağılımının tam olarak bilinemediği durumlarda kestiricilere gürbüzlük kazandıracaktır.

Kaynakça

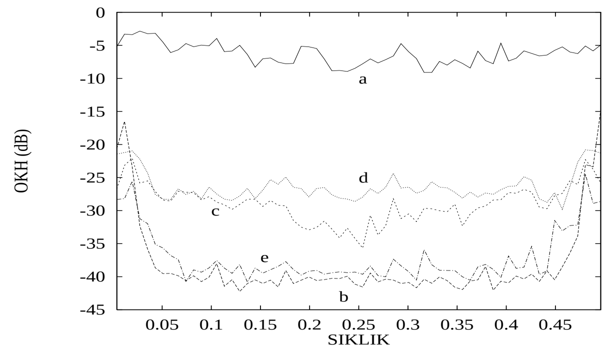
[1] P.J. Huber, “Robust Statistics: A Review”, The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 43, No. 4, 1972, s. 1041-1067.

[2] J.M.H. Du Buf ve T.G. Campbell, ”A Quantitative Comparison of Edge-Preserving Smoothing Techniques”, Signal Processing, Vol. 21, No. 1, Temmuz 1990, s. 289-301.

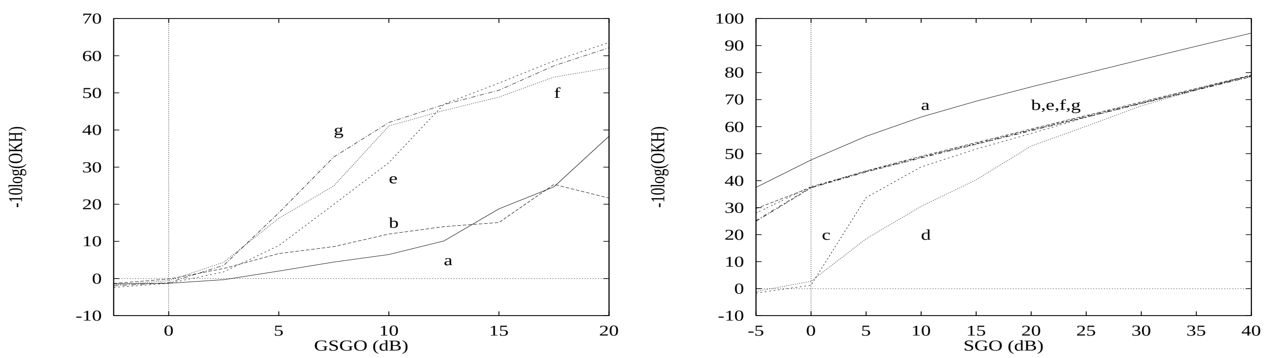
[3] Louis L. Scharf, *Statistical Signal Processing*, Addison Wesley Pub. Company,1991.



Şekil 2: YDYW-12'nin Cauchy gürültüde bölüt sıklık kestirimleri ortalamasının OKH'sının sıklığa bağlı olarak değişimi; a: ortalamasız ($L = 1$), b: aritmetik, c: geometrik, d: harmonik, e: ortanca, f: KEYK ($K = 9$), g: α-kırpılmış ($\alpha = 0.3$) ortalamalar ($N = 275$, $L = 11$, $GSGO = 10\,dB$)

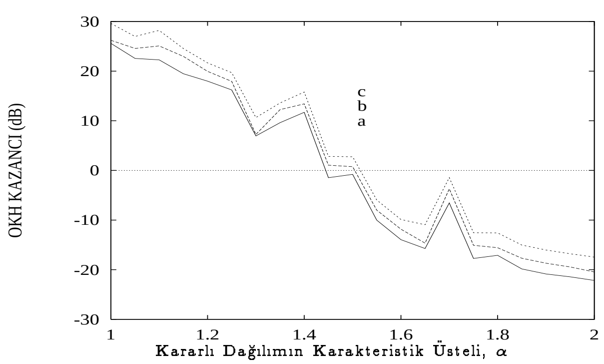


Şekil 3: YDYW-12 sıklık kestiricisine uygulanan α-kırpılmış ortalama ($\alpha = 0.3$) ile bulunan OKH'nın sıklığa bağlı olarak değişimi; a: ortalamasız ($L = 1$), b: özilinti, c: yansıma katsayısı, d: özbağlanım katsayısı, e: sıklık ortalamaları ($N = 275$, $L = 11$, $GSGO = 10dB$)

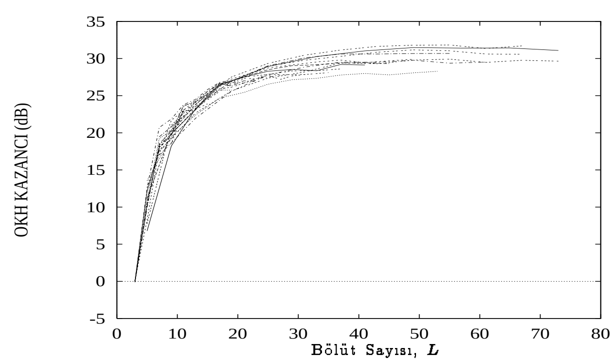


(I) Cauchy gürültü (II) Laplace gürültü

Şekil 4: MN-12 sıklık kestiricisinin sıklığa göre ortalaması alınmış OKH'sının Cauchy gürültüde GSGO'ya, Laplace gürültüde SGO'ya bağlı olarak değişimi; a: ortalamasız ($L = 1$), b: aritmetik, c: geometrik, d: harmonik, e: ortanca, f: KEYK ($K = 9$), g: α-kırpılmış ($\alpha = 0.3$) ortalamalar ($N = 275$, $L = 11$) (özbağlanım katsayıları ortalaması,$N = 275$, $L = 11$)



Şekil 5: YDYW-12'nin sıklığa göre ortalama OKH kazancının α-kararlı gürültünün α'sına bağlı değişimi; a: ortanca, b: KEYK ortalaması ($K = 9$), c: α-kırpılmış ortalama ($\alpha = 0.3$) (özilinti ortalaması, $N = 275$, $L = 11$, $GSGO = 10\,dB$)



Şekil 6: Pisarenko sıklık kestiricisinin sıklığa göre ortalaması alınmış OKH kazancının bölüt sayısına bağlı olarak değişimi (özilinti katsayıları ortalaması, $L = 200$'den 2000'e kadar, $GSGO = 10\,dB$)