

AYRIMSAL UZAY-ZAMAN KODLAMA SİSTEMLERİNDE KOD MATRİSİ SEÇİMİ

Özgür Oruç ve Mustafa A. Altinkaya
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Gülbahçe Köyü, Urla 35437, İzmir
ozoruc@likya.iyte.edu.tr, altink@likya.iyte.edu.tr

Özetçe

Uzay-zaman kodlama üzerine yapılan bir çok çalışma, alıcının kanalı tam olarak bilmesi üzerine kurulmuştur. Ancak, belirli durumlarda, kanalı doğru bir şekilde kestirmek zor olmaktadır. Bu nedenle kanalın kestirimini gerektirmeyen tekniklere ihtiyaç duyulmuştur. Böylece bu çalışmada, gezgin iletişim kanallarında uzay-zaman kodlama sistemleri için, alıcıya kanal kestirim yöntemiyle ya da kestirimsiz olarak kod çözümü yapabilmeye olanağı sağlayan ayrımsal kodların oluşturulma, çözümlenme teknikleri ayrıntılı olarak incelenmektedir.

1 Giriş

Gezgin iletişim kanallarında toplanır Gauss gürültülü kanallardan farklı olarak sönümlenme başlıca önemli sorun olarak karşımıza çıkmaktadır. Eğer gönderilen sinyal güçlü zayıflamalara maruz kalırsa, alıcının gönderilen sinyali doğru olarak algılayabilmesi imkansız olmaktadır. Bu etkiler, ayrımsal faz kiplenme, serpiştirme, pilot veya eğitici sinyallerin yollanması yöntemleri veya bu yöntemlerin bileşimi ile giderilmeye çalışılmaktadır. Bu yöntemlere ek olarak, hata oranı başarımını arttırabilmek için, alıcıya yollanan sinyalin birden fazla kopyasını yollamak düşünülmüştür. Bu teknik çeşitleme (*diversity*) olarak adlandırılır ve sönümlü kanallar üzerinden yapılan gezgin iletişimde sistemin güvenilirliğini sağlayabilmek için kullanılan en önemli tekniktir.

Çeşitleme yöntemlerinden biri, verici ve/veya alıcıda birden çok antenin kullanıldığı uzam çeşitlemesidir. Bu antenler, birbirlerinden yeterince uzağa yerleştirildikleri takdirde, farklı antenlerden yollanan/alınan sinyallerin bağımsız sönümlenmelere maruz kalacağı kabul edilebilir. Foschini ve Telatar, böyle bir ortamdaki bir kanalın kapasitesinin, verici ve alıcı antenlerin sayılarının küçük olanı ile doğrusal olarak artmakta olduğunu göstermişlerdir [1,2]. Bu çalışmalarını takiben, çoklu verici antenli sistemlerine kodlama tekniklerinin uygulanmasıyla uzay-zaman kodlama tekniği (*space-time coding*) ortaya çıkmıştır.

Uzay-zaman kodlama çalışmalarında, ilk olarak alıcının kanalı bilmesi ya da kestirmesi gerektiği düşünülmüştür. Kanalın kestirilmesi, hızlı olarak değişen gezgin ortamlarda (sönümlenme oranının artması durumunda) veya çoklu verici antenler kullanıldığı durumlarda zor olmaktadır. Kanal kapasitesini arttırmak veya daha düşük bir hata olasılığına ulaşmak için, verici anten sayısının artması gerektiği ileri sürülmüştür [3]. Fakat bu yöntemde alıcıyı eğitmek için gereken süre uzamakta ve sönümlenme katsayıları değişmeden verinin yollanabileceği zaman aralığı kısalmaktadır.

Tek verici antenli sistemler için, kanal bilgisine veya eğitici simgelerin yollanmasına gereksinim duymayan ayrımsal algılama tasarımları (IEEE IS-54) bulunmasına rağmen, bu yöntem çoklu verici antenli sistemlere uygulanmamıştı. Bu güdüler doğrultusunda, birden çok verici antenin kullanımı durumu için ayrımsal algılama tasarımlarında genelleştirmeye gidilmiştir. Bu probleme bir çözüm

[4]'te verilmiştir. Ancak bu çalışmada, başlangıçta alıcıya, alıcı tarafından bilinen sinyallerin yollanması gerekliliği sistemin tam anlamıyla ayrımsal olmadığını göstermektedir. Bu çalışmayı takiben, [5]'te ise yukarıda bahsettiğimiz durum ortadan kaldırılmış, sistem tamamen ayrısallaştırılmıştır. Bununla birlikte, bu çalışmada bazı sınırlamaların bulunduğu gözlenmiştir. Örnek olarak, bu çalışmanın, karmaşık sinyallerin simge yerleşimleri veya ikiden fazla verici anteni için uygun olmadığı düşünülmüştür. Bu nedenle Hochwald ve Marzetta birimcil uzay-zaman blok kodlarının kullanımını önermişlerdir [6]. Bu çalışmayla eş zamanlı olarak, Hughes grup kodların esas alındığı çoklu verici antenler için ayrımsal uzay-zaman kipleme yöntemini (*differential space-time modulation*) önermiştir [7]. Son iki çalışmada ayrıntılı olarak en iyi alıcılar, hata sınırları ve kodlar için tasarım ölçütleri incelenmiştir.

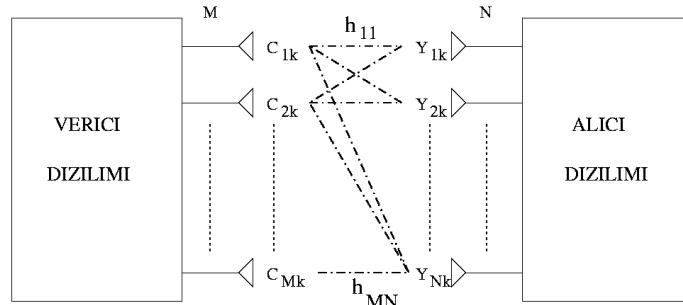
Çalışmanın 2. bölümünde, uzay-zaman kodlamalı sistemlerin klasik modellenmesi, 3. ve 4. bölümlerde, sırasıyla uzay-zaman kodların ayrımsal yollanma teknikleri ve bu kodların alınma teknikleri üzerinde durulduktan sonra, 5. bölümde, bu yapının aslında Tarokh'un çalışmasındaki sistemle aynı olduğunu göstereceğiz. Son olarak 6. ve 7. bölümlerde, ayrımsal kod olarak Grup kodların kullanımı ve bu kodların tasarımı üzerinde duracağız.

2 Sistem Modeli

M verici antenden ($j=1,2,\dots,M$) ve N alıcı antenden ($i=1,2,\dots,N$) oluşan bir gezgin iletişim sistemi düşünelim. Bu sistemde veri, her verici antende bir tane olan M adet paralel kodlayıcı kullanılarak kodlanır. Kodlanmış simgeler birim-enerjili yerleştirmelere \mathbf{c}_{jk} (zaman $k=1,2,\dots,\tau$) eşlenir ve iletim için vurum dalga şekline kiplenir. Bu sistemde kullandığımız düz sönümlenmeli kanalın en azından τ süresince sabit kalacağı düşünülmektedir. Bu veriler ışığında \mathbf{c}_{jk} simgelerinden oluşan $M \times \tau$ boyutundaki matrisi, yerleştirim matrisi ya da kod matrisi \mathbf{C} olarak tanımlayabiliriz. Düz sönümlenmeli kanal katsayıları \mathbf{h}_{ij} 'lerin birbirlerinden bağımsız olarak oluşturduğu $N \times M$ boyutundaki matrise de kanal matrisi \mathbf{H} dersek, alınan sinyal $N \times \tau$ boyutundaki matris

$$\mathbf{Y} = \sqrt{\frac{\rho}{M}} \mathbf{H} \mathbf{C} + \boldsymbol{\eta} \quad (1)$$

olarak gösterilebilir. Burada ρ , alıcı anten başına olan sinyal-gürültü oranı ve $\boldsymbol{\eta}$, $N \times \tau$ boyutundaki gürültü matrisidir.



Şekil 1. Düz sönümlenmeli kanal

3 Ayrımsal Uzay-Zaman Kodlama

Bu bölümde grup kodların esas alındığı çoklu verici antenler için ayrımsal kipleme yöntemi [7] sunulacaktır. Bu yaklaşımdaki grup yapısı, simge yerleşim boyutunu arttırmaksızın, sistemin analizini basitleştirmektedir. Ayrımsal uzay-zaman kiplemenin ana fikri, kodların evre kaydırmalı kiplenimde olduğu gibi ayrımsal olarak kodlanmasıdır. Değişik ayrımsal kodlama yöntemleri

bulunmaktadır. Bu çalışmamızda inceleyeceğimiz yöntemde, sistemi ilk kullanıma hazırlamak için verici tarafından $\mathbf{X}_0 = \mathbf{D}$ kod matrisi yollanır. $M \times \tau$ boyutlu bir matris olan \mathbf{D} matrisi $\mathbf{D}\mathbf{D}^* = \mathbf{I}$ koşulunu sağlayacak şekilde seçilir. Bu işlemten sonra mesajlar

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k-1}\mathbf{G}_k \quad (2)$$

şeklinde ayrımsal olarak kodlanır.

Bu eşitlikteki $\tau \times \tau$ boyutlu her $\mathbf{G}_k \in G$ matrisi, $\mathbf{G}_k\mathbf{G}_k^* = \mathbf{G}_k^*\mathbf{G}_k = \mathbf{I}$ eşitliğini sağlayacak şekilde seçilir. Burada \mathbf{X}_k , olası yollanabilecek kod matrisi \mathbf{C}' 'yi temsil etmektedir.

[7]'de olduğu gibi, $\mathbf{D}\mathbf{G}_k$ 'lerden oluşan matris kümesi, DG , grup kod özelliği gösterir. Grup yapısı dolayısıyla, $\mathbf{X}_{k-1} \in DG$ olduğu sürece, \mathbf{X}_k da DG kümesinin bir elemanıdır. Bu kodun hızı $R=(1/\tau)\log_2|DG|$ b/s/Hz eşitliği ile verilebilir. Burada $|DG|$, DG kümesinin eleman sayısını temsil etmektedir.

Bu konudaki çalışmaların bir çoğunda yapıldığı gibi [6,7], iki tane kabul yapılacaktır. Bunlardan birincisi DG matrislerinin birimcil kodlar olması, matematiksel ifadeyle $\mathbf{D}\mathbf{G}(\mathbf{D}\mathbf{G})^* = \mathbf{I}$ olmalı ki bu daha önce verdiğimiz $\mathbf{D}\mathbf{D}^* = \mathbf{I}$ ve $\mathbf{G}_k\mathbf{G}_k^* = \mathbf{G}_k^*\mathbf{G}_k = \mathbf{I}$ ifadeleri ile sağlanmaktadır. İkincisi ise gösterimi kolaylaştıracağından $M = \tau$ olarak kabul edilmesidir.

4 Ayrımsal Alıcı

Alıcıya ulaşan alım dizisi $\mathbf{Y}=[\mathbf{Y}_0: \dots : \mathbf{Y}_K]$ olarak gösterildiğinde bu dizinin her bir elemanı

$$\mathbf{Y}_k = \sqrt{\frac{\rho}{M}}\mathbf{H}\mathbf{X}_k + \boldsymbol{\eta}_k \quad (3)$$

olarak tanımlanabilir. \mathbf{G}_k 'nin tahmini için DPSK'da olduğu gibi, o an için, alıcıya gelen son iki blok $[\mathbf{Y}_{k-1} : \mathbf{Y}_k]$ ve vericiden yollanan son iki blok $[\mathbf{X}_{k-1} : \mathbf{X}_k]$ kullanılır. Bu matrislere sırasıyla \mathbf{Y}_G ve \mathbf{C}_G dersek, en büyük olabilirlik alıcısı, karesel alıcı formunun uygulanmasıyla

$$\hat{\mathbf{G}} = \arg \max_{\mathbf{D}\mathbf{G}_k \in DG} \text{Tr}\{\mathbf{Y}_G \mathbf{C}_G \mathbf{C}_G^* \mathbf{Y}_G^*\} = \arg \max_{\mathbf{D}\mathbf{G}_k \in DG} \text{Re Tr}\{\mathbf{G}_k \mathbf{Y}_k^* \mathbf{Y}_{k-1}\} \quad (4)$$

şeklinde elde edilir [7]. Buradan anlaşıldığı gibi, alıcının k anındaki iletinin kodunu çözmek için, geçmiş bilgisine (\mathbf{X}_{k-1}) ihtiyacı yoktur.

Eğer alıcı, bir önceki kod \mathbf{X}_{k-1} ve kanal matrisi \mathbf{H} 'yi biliyorsa, k anındaki iletini en küçük Euclidean uzaklığı kuralına göre

$$\hat{\mathbf{G}} = \arg \max_{\mathbf{D}\mathbf{G}_k \in DG} \text{Re Tr}\{\mathbf{H}\mathbf{X}_{k-1}\mathbf{G}_k \mathbf{Y}_k^*\} \quad (5)$$

şeklinde çözer.

5 Tarokh ve Hughes Tarafından Önerilen Sistemlerin Karşılaştırması

Daha önce belirttiğimiz gibi, birden çok verici antenin kullanıldığı ilk ayrımsal algılama tasarımı çalışması Tarokh tarafından yapılmıştır [5]. Ancak Hughes, bu çalışmada bazı sınırlamaların olduğunu belirterek grup kodların kullanıldığı bir çalışma yapmıştır [7]. Aslında bu çalışmada belirtilen sistem (genel hatlarıyla önceki bölümlerde bahsettiğimiz) Tarokh'un çalışmasındaki sistemin, matris şeklinde gösterimidir:

$$X_k = \begin{pmatrix} s_{2k+1} & -s_{2k+2}^* \\ s_{2k+2} & s_{2k+1}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{2k-1} & -s_{2k}^* \\ s_{2k} & s_{2k-1}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & -B^* \\ B & A^* \end{pmatrix} \quad k=1,2 \dots ,K \text{ için}$$

$$X_0 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, Y_k = \begin{pmatrix} r_{2k+1} & r_{2k+2}^* \end{pmatrix}. \quad (6)$$

[5]'te ayrımsallığı sağlamak için $(\mathbf{A} \ \mathbf{B})$ vektör çifti kullanılmış, bu çifti alıcıda algılamak için ise $(\mathbf{r}_{2k+1} \ \mathbf{r}_{2k-1}^* + \mathbf{r}_{2k+2}^* \ \mathbf{r}_{2k} \quad \mathbf{r}_{2k+1} \ \mathbf{r}_{2k}^* - \mathbf{r}_{2k+2}^* \ \mathbf{r}_{2k-1})$ vektör çifti ile $(\mathbf{A} \ \mathbf{B})$ çiftleri arasındaki en küçük uzaklığa bakılmıştır. Bu alıcı ise [7]'de kullanılan alıcıyla aynıdır.

6 DG Matris Kümesinin Seçimi

Öncelikle G matris kümesinin seçimi ile ilgili kriterlerin üzerinde duralım. Fakat önce gruplarla ilgili birkaç tanım yapmak yerinde olacaktır.

Grup: Çarpma işlemine göre grup olan matris setinin, üç beliti (axiom) yerine getirmesi gerekir. Bunlar birleşme özelliği, etkisiz elemana sahip olma ve her elemanın tersinin o grup için bulunmasıdır.

Abelian grup: Değişme özelliği olan gruptur.

Çevrimsel grup: İçinde, gruptaki bütün elemanları üreten bir matrisin bulunduğu gruptur:

$$G = \langle X \rangle = \{I \quad X \quad X^2 \quad \dots \quad X^{k-1}\} \text{ ve } X^k = I. \quad (7)$$

Dihedral (veya ikili çevrimsel) grup: Değişme özelliği olmayan bir gruptur:

$$G = \langle X, Y \rangle = \{I \quad X \quad X^2 \quad \dots \quad Y \quad XY \quad X^2Y \quad \dots\} \quad (8)$$

$$X^k = I, Y^2 = I \text{ ve } YX = X^{k-1}Y.$$

Dikgen grup: Grubun her elemanı için $\mathbf{A}^* \mathbf{A} = \mathbf{I}$ eşitliğini sağlayan gruptur.

Birimcil grup: Grubun her elemanı için $|\det(\mathbf{A})| = 1$ eşitliğini sağlayan gruptur.

Daha önceki bölümlerde belirttiğimiz gibi, gösterimi basitleştirmek için $M = \tau = 2$ olarak alınmıştır. Bu nedenle burada 2x2 dikgen birimcil matrisleri inceleyeceğiz. G kümesindeki herhangi bir matrise \mathbf{A} diyelim. Eğer \mathbf{A} birimcil matris ise, $\det(\mathbf{A}) = \exp(j\theta)$, dikgen ise $\mathbf{A}^* \mathbf{A} = \mathbf{I}$ eşitliklerini sağlaması gerekir. Bu koşullar altında, \mathbf{A} matrisinin alması gereken form ortaya çıkmış olur:

$$A = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^* = A^{-1} = e^{-j\theta} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{d=a^* e^{j\theta} \\ c=-b^* e^{j\theta}}]{} A = \begin{bmatrix} a & -b^* e^{j\theta} \\ b & a^* e^{j\theta} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Ayrıca $|a|^2 + |b|^2 = 1$ sağlanmalıdır. Eğer \mathbf{A} matrisi $b = 0$ ise köşegen, $a = 0$ ise off-diagonaldır.

Son çalışmalarda, G matris kümesinin seçiminde, çevrimsel kodlar üzerinde durulmuştur [6,7]. (M,k) köşegen bir çevrimsel grubun üretici matrisi

$$X = \begin{bmatrix} u_M & 0 \\ 0 & u_M^k \end{bmatrix} \quad (10)$$

olarak gösterilebilir. Burada $M = 2^p$ sembol sayısını ($p =$ sembollerdeki bit sayısı), $u_M = \exp(2\pi j/M)$ bir evre kaydırma kiplenimi (PSK) sembolünü göstermekte ve $k, 0 < k < M$ aralığında tek bir sayı

olduğu durumda, \mathbf{X} matrisi dikgen birimcil matris koşullarını sağlamaktadır ($a = u_M$, $b = 0$, $\theta = 2\pi(k+1)/M$).

Dikgen birimcil matris grupları için off-diagonal çevrimsel grupları oluşturulduğunda bu matrisin de dikgen birimcil matris koşullarına uyduğu görülebilir ($a = 0$, $b = 1$, $\theta = \pi(M+1)/M$):

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 & u_{M/2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Dihedral ya da ikili çevrimsel gruplar da bu amaçla kullanılabilirler. Bu üreteçlere bir örnek

$$\mathbf{G} = \langle \mathbf{X}, \mathbf{Y} \rangle = \left\langle \begin{bmatrix} u_{M/2} & 0 \\ 0 & u_{M/2}^* \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\rangle \quad (12)$$

şeklinde verilebilir. Bu matris seti de dikgen birimcil matrisleri içerir ($\det(\mathbf{G}) = 1$).

Daha önceki çalışmalarda [5-7], seçilmiş olan grup kodlar aşağıdaki tabloda verilmiştir ve bu kodların başarımları da Şekil 2 ve 3'te gösterilmektedir.

	Tarokh	Hochwald	Hughes
BPSK	$\left\langle \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\rangle, (R = 1)$	$\left\langle \begin{bmatrix} j & 0 \\ 0 & j \end{bmatrix} \right\rangle, (R = 1)$	$\left\langle \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right\rangle, (R = 0.5)$
QPSK(*)	$\left\langle \begin{bmatrix} e^{(j\pi/8)} & 0 \\ 0 & e^{(j7\pi/8)} \end{bmatrix} \right\rangle, (R = 2)$	$\left\langle \begin{bmatrix} j & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\rangle, (R = 1.5)$

(*) Grup kodlara uygun bir tasarım değildir.

Buraya kadar \mathbf{G} matrislerinin özelliklerini verdik. \mathbf{D} matrisi ile \mathbf{G} matrislerinin çarpımı, yollanacak kodları oluşturduğundan, \mathbf{D} matrisinin seçimi, kodların yerleştirimlerine ve kullanılan uzay-zaman kodlama şekline bağlı olarak yapılır. Örneğin, Alamouti'nin uzay-zaman kodlama yapısı kullanıldığı takdirde ve 2^b -PSK yerleştirimini $\exp(j2\pi k)/\sqrt{2}$ ($k = 0, 1, \dots, (2^b - 1)$) olarak gösterdiğimizde, \mathbf{D} matrisi

$$\mathbf{D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

şeklinde seçilebilir. Tarokh ve Hughes tabloda verilen \mathbf{G} matrisleri için bu \mathbf{D} matrisini kullanmışlardır. Hochwald ise $\mathbf{D} = \mathbf{I}$ kullanmıştır.

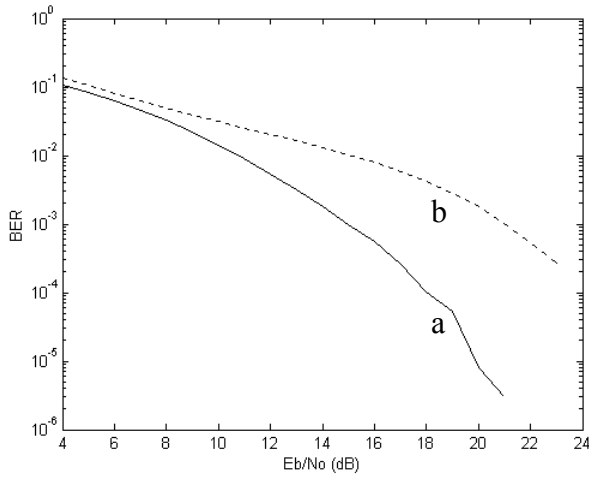
7 \mathbf{G}_k Matrisinin Seçimi

Önceki bölümde, \mathbf{G} kümesinin seçimini yaptık. Bu bölümde ise, vericiye gelen sembollere göre, \mathbf{G} matris kümesinin hangi elemanının (\mathbf{G}_k) seçileceği üzerinde duracağız. Alamouti'nin yapısı kullanıldığı takdirde, Tarokh'un tasarımında [5] olduğu gibi dikgen atama algoritması kullanılabilir. Yalnız bu algoritma ile karmaşık yerleştirmede bazı olası sembol çiftleri için, yollanan kod yerleşim büyüklüğü genişlemektedir. Bu sembol çiftlerinin seçilme olasılığını ortadan kaldırmak için kod hızında bir kayıp göze alınabilir [7]. Bu tasarımlarda dikkat edilmesi gereken husus, seçilen \mathbf{G}_k matrislerinin determinantının daima bir olmasıdır. Determinantı karmaşık bir terim olan matrisler için atama algoritmaları oldukça karmaşık bir hal almaktadır.

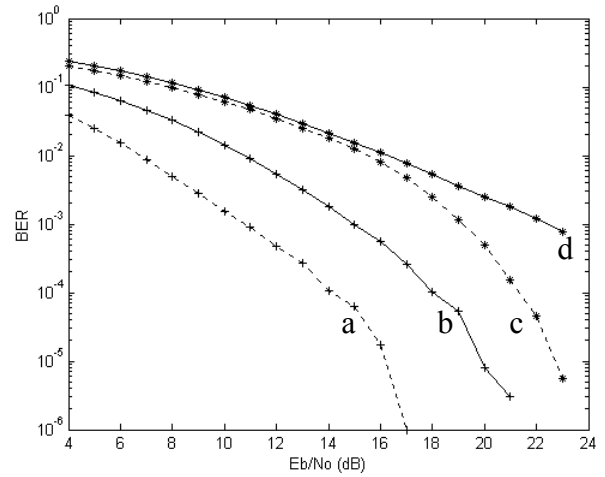
Bir diğer yaklaşım ise atama ile direkt olarak G_k matrisinin değil, G_k ile G_{k-1} arasındaki oranın elde edilmesidir. Böylece bu oran ve G_{k-1} kullanılarak G_k matrisi oluşturulabilir. Bu atama algoritmaları ile yeni bir alıcı şekli tasarlanabilmektedir [8].

8 Sonuç

Alıcıda ya da vericide kanal kestirimine ihtiyaç duymayan ayrimsal uzay-zaman kodlama yöntemleri genel olarak gözden geçirilip, bu çalışmaların, aynı sistemin kod matris kümelerinin farklı seçimlerine karşılık gelen örnekler olduğu gösterilmiştir. Ayrıca, kod matrislerinin seçim kriterleri belirlenerek, bu kriterleri sağlayan grup kodlarına örnekler verilmiştir.



Şekil 2. R=1 için, BPSK yöntemlerinin başarımlarının karşılaştırılması
a) Tarokh, b) Hochwald



Şekil 3. BPSK ve QPSK için önerilen matrislerin benzetimleri
BPSK a) Hughes R=0.5, b) Tarokh R=1
QPSK c) Hughes R=1.5, d) Tarokh R=2

9 Kaynakça

- [1] Foschini G. J., "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas," *Bell Labs. Tech. J.*, cilt-1, fasikül-2, s. 41-59, 1996.
- [2] Telatar I. E., "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," AT&T Bell Laboratories internal Tech. Memo. , 1995.
- [3] Seshadri N. and Winters J. H., "Two signalling schemes for improving the error performance of frequency-division-duplex (FDD) transmission systems using transmitter antenna diversity," *Int. J. Wire. Inform. Net.*, cilt-1, fasikül-1, s. 49-59, 1994.
- [4] Tarokh V., Alamouti S. M., ve Poon P., "New detection schemes for transmit diversity with no channel estimation," in *Proc. IEEE Int. Conf. Universal Personal Commun.*, cilt-2, s: 917-920, 1998.
- [5] Tarokh V. ve Jafarkhani H., "A differential detection scheme for transmit diversity," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on* , cilt-18 fasikül-7 , s: 1169-1174, Temmuz 2000.
- [6] Hochwald B. M. ve Marzetta T. L., "Unitary space-time modulation for multiple-antenna communications in Rayleigh flat fading," *Communications, IEEE Transactions on*, cilt-48 fasikül-12 , s: 2041-2052, Aralık 2000
- [7] Hughes B. L., "Differential space-time modulation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, cilt-46, s: 2567-2578, Kasım 2000
- [8] Liu Z., Giannakis G. B. ve Hughes B. L. "Double differential space-time block coding for time-selective fading channels," *Communications, IEEE Transactions on*, cilt-49 fasikül-9, s: 1529-1539, Eylül 2001