Proceedings of the International Symposium of Mechanism and Machine Science, 2017
AzC IFToMM – Azerbaijan Technical University
11-14 September 2017, Baku, Azerbaijan

Topics 4. Transport vehicles

Напряженно - деформированное состояние тормозного барабана автомобиля при критическом тепловом состоянии

Аскер Габиб оглы Тагизаде, Шамиль Гилал оглы Гейдаров
Азербайджанский Технический Университет, Баку
Email: asger-tagizade@rambler.ru

Аннотация. Рассматривается задача о термоупругом состоянии тормозного барабана при критическом состоянии тормозной системы автомобиля, когда на контактной поверхности достигнута предельно допустимая температура для материала барабана или же для материала фрикционной накладки.

Ключевые слова: барабан, накладка, напряжение, термоупругий.

Термоупругое напряженное состояние в барабане в момент торможения в системе подвижных координат *xoy*, вращающихся вместе с барабаном и неподвижных относительно него, можно рассматривать как в равновесии под действием объемных сил инерции и вызванных действием неравномерного поля температур

$$X = \rho_0\omega^2 x - \frac{\alpha E}{1-2\mu}\frac{\partial T}{\partial x}, \quad Y = \rho_0\omega^2 y - \frac{\alpha E}{1-2\mu}\frac{\partial T}{\partial y}, \qquad (1)$$

где ρ_0- плотность материала барабана, α – коэффициент линейного температурного расширения.

Для определения напряженного состояния тормозного барабана имеем [1; 2] уравнения равновесия

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + X = 0,$$
$$\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + Y = 0, \qquad (2)$$

закон Гука, условия совместности деформаций и геометрические соотношения между перемещениями и деформациями.

Считаем, что внутренний контур барабана близок к круговому. Отнесем барабан к полярной системе координат $r\theta$, выбрав начало координат в центре концентрических окружностей L_0 и L_1 с радиусами $R_б$ и R.

Рассмотрим некоторую реализацию шероховатой поверхности барабана. Представим границу внутреннего контура L_0' в виде

$$\rho = R_б + (\theta), \quad \delta(\theta) + \varepsilon H(\theta), \qquad (3)$$

где ε – малый параметр, равный $R_{max}/R_б$, R_{max}- наибольшая высота микронеровности профиля.

Пусть t = T - T_c избыточная температура.

Температуру в барабане ищем в виде разложения по малому параметру

$$t = t^{(0)} + \varepsilon t^{(1)} + \varepsilon^2 t^{(2)} + \cdots \qquad (4)$$

в котором пренебрегаем членами, содержащими малый параметр ε в степени выше первой. Здесь $t^{(0)}$, $t^{(1)}$, $t^{(2)}$- соответственно температуры нулевого, первого и второго приближения. Каждое из приближений удовлетворяет дифференциальному уравнению теплопроводности.

Граничные условия задачи термоупругости для барабана имеют вид:

на внутренней поверхности барабана при $r = R_б$

$$\sigma_n = -g(\theta), \ \tau_{nt} = -f\,g(\theta) \qquad (5)$$

на контактной площадке

$\sigma_n = 0, \tau_{nt} = 0$ вне площадки контакта

на внешней поверхности барабана при r = R

$$\sigma_r = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0. \qquad (6)$$

Решение задачи термоупругости представим в виде суммы (принцип суперпозиции)

$$\sigma_r = \sigma_r^{(u)} + \sigma_r^{(T)}, \ \sigma_\theta = \sigma_\theta^{(u)} + \sigma_\theta^{(T)}, \ \tau_{r\theta} = \tau_{r\theta}^{(u)} + \tau_{r\theta}^{(T)}, \qquad (7)$$

где первые слагаемые $\sigma_r^{(u)}$, $\sigma_\theta^{(u)}, \tau_{r\theta}^{(u)}$ есть решение изотермической задачи теории упругости при граничных условиях (5) и (6), а вторые слагаемые $\sigma_r^{(T)}, \sigma_\theta^{(u)}, \tau_{r\theta}^{(T)}$ есть решение термоупругой задачи для барабана, на границе которого отсутствуют внешние усилия

$$\sigma_n^{(T)} = 0, \ \tau_{nt}^{(T)} = 0, \ \text{при} \ r = \rho$$
$$\sigma_r^{(T)} = 0, \ \tau_{r\theta}^{(T)} = 0, \ \text{при} \ r = R \qquad (8)$$

Для решения краевой задачи (8) необходимо знание распределения температуры в барабане.

Напряжения и перемещения ищем в виде разложений по малому параметру.

Краевые условия примут вид

для нулевого приближения

$$\sigma_r^{(0)} = 0, \quad \tau_{r\theta}^{(0)} = 0 \quad \text{при } r = R_б$$
$$\sigma_r^{(0)} = 0, \quad \tau_{r\theta}^{(0)} = 0 \quad \text{при } r = R \qquad (9)$$

для первого приближения

$$\sigma_r^{(1)} = N, \quad \tau_{r\theta}^{(1)} = T \quad \text{при } \boldsymbol{r} = R_б$$
$$\sigma_r^{(1)} = 0, \quad \tau_{r\theta}^{(1)} = 0 \quad \text{при } r = R \qquad (10)$$

Для получения решения задачи термоупругости для сечения барабана единичной высоты в каждом приближении используем термоупругий потенциал перемещений Ф(r, θ)

$$u_r = \frac{\partial\Phi}{\partial r}, \quad u_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} \qquad (11)$$

где u_r и u_θ – соответственно радиальная и окружная компоненты вектора перемещения.

В рассматриваемой задаче термоупругий потенциал перемещений в нулевом приближении определяется дифференциальным уравнением

$$\Delta\Phi^{(0)} = \frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha t^{(0)}. \qquad (12)$$

Температурная функция $t^{(0)}$(r,θ) берется в виде ряда Фурье. Выбираем решение уравнения (12) для температурного потенциала в следующем виде

$$\Phi^{(0)}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty}[\Phi_n^{(0)}(r)\cos n\theta + +\Phi_n^{*(0)}\sin n\theta]. \qquad (13)$$

Подставляя (13) в дифференциальное (12), получим для определения функции $\Phi_n^{(0)}$(r) (n=1,2,...) обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2\Phi_n^{(0)}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\Phi_n^{(0)}}{dr}-\frac{n^2}{r^2}d\Phi_n^{(0)}=\frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha F_n^{(0)} \quad (14)$$

Частное решение уравнения (14) ищем [5] методом вариации постоянных

$$\Phi_0^{(0)}=\frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha\,[-\ln r\int_{R_б}^{к}\rho F_0^{(0)}(\rho)d(\rho)++\int_r^R\rho F_0^{(0)}\ln\rho d\rho]$$

$$\Phi_n^{(0)}=\frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\alpha}{2n}[r^n\int_r^R F_n^{(0)}(\rho)\rho^{1-n}d\rho + +r^{-n}\int_{R_б}^r F_n^{(0)}(\rho)\rho^{1-n}d\rho]. \quad (15)$$

Аналогичное решение получим для функции $\Phi_n^{*(0)}(r)$ (n=1,2,…)

$$\Phi_n^{*(0)}=\frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\alpha}{2n}[r^n\int_r^R B_n^{(0)}(\rho)\rho^{1-n}d\rho + +r^{-n}\int_{R_б}^r B_n^{(0)}(\rho)\rho^{1-n}d\rho] \quad (16)$$

С помощью полученных формул (13), (15), (16) вычисляем соотвутствующие напряжения $\bar{\sigma}_r^{(0)}$,$\bar{\sigma}_\theta^{(0)}$, $\bar{\tau}_{r\theta}^{(0)}$. Эти напряжения не удовлетворяют граничным условиям (9) термоупругого состояния. Поэтому необходимо найти второе напряженное состояние $\bar{\bar{\sigma}}_r^{(0)}$,$\bar{\bar{\sigma}}_\theta^{(0)}$ и $\bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(0)}$, такое,что

$$\sigma_r^{(0)}=\bar{\sigma}_r^{(0)}+\bar{\bar{\sigma}}_r^{(0)}=0,$$
$$\tau_{r\theta}^{(0)}=\bar{\tau}_{r\theta}^{(0)}+\bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(0)} \quad \text{при } r=R_б \quad (17)$$
$$\sigma_r^{(0)}=\bar{\sigma}_r^{(0)}+\bar{\bar{\sigma}}_r^{(0)}=0,$$
$$\tau_{r\theta}^{(0)}=\bar{\tau}_{r\theta}^{(0)}+\bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(0)} \quad \text{при } r=R$$

Решая обычную задачу теории упругости (17) находим

$$\bar{\bar{\sigma}}_r^{(0)}=\Omega_r^\theta,\quad \bar{\bar{\sigma}}_\theta^{(0)}=\Omega_\theta^{(0)},\quad \bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(0)}=\Omega_{r\theta}^{(0)} \quad (18)$$

С помощью формул (17) находим температурные напряжения в барабане при нулевом приближении. Теперь переходим к построению перемещений в первом приближении. Термоупругий потенциал перемещений в первом приближении определяется решением следующего дифференциального уравнения

$$\Delta\Phi^{(1)}=\frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha t^{(1)} \quad (19)$$

Температурная функция $t^{(1)}(r,\theta)$ берется в виде ряда Фурье

$$t^{(1)}(r,\theta)=\sum_n^\infty[F_n^{(1)}(r)\cos n\theta + +B_n^{(1)}(r)\sin n\theta] \quad (20)$$

Выбираем решение уравнения (20) для термоупругого потенциала в следующем виде

$$\Phi^{(1)}=\sum_{n=0}^\infty[(r)\cos n\theta + +\Phi_n^{*(1)}(r)\sin n\theta] \quad (21)$$

Для функций $\Phi_n^{(1)}(r)$ и $\Phi_n^{*(1)}(r)$ находим

$$\frac{d^2\Phi_n^{(1)}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\Phi_n^{(1)}}{dr}-\frac{n^2}{r^2}\frac{d\Phi_n^{(1)}}{dr^2}=\frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha F_n^{(1)}\qquad \frac{d^2\Phi_n^{*(1)}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\Phi_n^{*(1)}}{dr}-\frac{n^2}{r^2}\frac{d\Phi_n^{*(1)}}{dr^2}=\frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha B_n^{(1)} \quad (22)$$

Дальнейший ход решения аналогичен нахождения решения в нулевом приближении с очевидными изменениями.

Приведем решение уравнений (22)

$$\Phi_0^{(1)}=\frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha\,[-\ln r\int_{R_б}^r F_0^{(1)}(\rho)\rho d\rho + +\int_r^R\rho F_0^{(1)}(\rho)\ln\rho d\rho$$

$$\Phi_n^{(1)}=-\frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\alpha}{2n}[r^n\int_r^R F_n^{(1)}(\rho)\rho^{1-n}d\rho + +r^{-n}\int_{R_б}^r F_n^{(1)}(\rho)\rho^{1-n}d\rho]$$

$$\Phi_n^{*(1)}=-\frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\alpha}{2n}[r^n\int_r^R B_n^{(1)}(\rho)\rho^{1-n}d\rho + +r^{-n}\int_{R_б}^r B_n^{(1)}(\rho)\rho^{1-n}d\rho]$$

Повторяя весь процесс нахождения решения задачи находим сначала напряжения $\bar{\sigma}_r^{(1)}$,$\bar{\sigma}_\theta^{(1)}$, $\bar{\tau}_{r\theta}^{(1)}$. Затем ищем второе напряженное состояние этого приближения $\bar{\bar{\sigma}}_r^{(1)}$, $\bar{\bar{\sigma}}_\theta^{(1)}$, $\bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(1)}$ удовлетворяя краевым условиям

$$\bar{\bar{\sigma}}_r^{(1)}=N-\bar{\sigma}_r^{(1)},\quad \bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(1)}=T-\bar{\tau}_{r\theta}^{(1)} \quad \text{при } r=R_б$$
$$\bar{\bar{\sigma}}_r^{(1)}=-\bar{\sigma}_r^{(1)},\quad \bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(1)}=-\bar{\tau}_{r\theta}^{(1)} \quad \text{при } r=R \quad (23)$$

Решая краевую задачу (23) определяем температурные напряжения в первом приближении

$$\sigma_r^{(1)}=\bar{\sigma}_r^{(1)}+\bar{\bar{\sigma}}_r^{(1)},\quad \sigma_\theta^{(1)}=\bar{\sigma}_\theta^{(1)}++\bar{\bar{\sigma}}_\theta^{(1)},\quad \tau_{r\theta}^{(1)}=\bar{\tau}_{r\theta}^{(1)}+\bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(1)} \quad (24)$$

Изложенный способ позволяет определить температурные напряжения в тормозном барабане в процессе торможения автомобиля при критическом тепловом состоянии системы. Для оценки прочности определяем нормальное тангенциальное напряжение на контактной поверхности $r=\rho(\theta)$

$$\sigma_*=\sigma_\theta^{(0)}|_{r=R_б}+\frac{\partial\sigma_\theta^{(0)}}{\partial r}|_{r=R_б}\varepsilon H(\theta)++\varepsilon\sigma_\theta^{(1)}|_{r=R_б}, \quad (25)$$

которое представляет собой функцию полярного угла θ.

При выполнении условия прочности

$$\sigma_{*max}=\sigma_o \quad (26)$$

Будет появляться остаточные деформации, если σ_o есть предел текучести материала тормозного барабана. Если σ_o представляет собой предел хрупкой прочности материала выполнение условия (26) означает нарушение сплошности материала барабана.

Расчеты показывают, что из-за высоких температур на поверхности барабана возникают напряжения, которые превышают напряжения от силовой нагрузки.

Необходимо на стадии проектирования путем конструкторско – технологических решений добиваться выполнения условий

$$T<T_*,\quad \sigma_{*max}<\sigma_0 \quad (27)$$

В результате удовлетворения неравенств (27) определяем области допустимых значений параметров тормозной системы барабанных колодочных механизмов.

Литература

1.Суслов А.Г., Технологическое обеспечение контактной жесткости сое динений. М.,Наука, 1977, 100 с.

2.Сухов С.А.,Роль шероховатости в процессе трения. Трение и износ в машинах. Изд-во АН СССР, 1959, №4, с.27-34.