



## Механизмы параллельной структуры с пятью степенями свободы

В.А.Глазунов, д-р техн. наук, профессор;

А.М.Попов, д-р техн. наук, профессор;

А.Ю.Чунихин, А.В.Антонов, И.А.Орлов.

Институт машиноведения им. А.А.Благонравова

Российской академии наук,

Москва, Россия

### Аннотация.

Рассмотрены задачи кинематического и силового анализа технологического робота параллельной структуры, соответствующей пяти степеням свободы. Данный механизм имеет три кинематические цепи, что обуславливает увеличение рабочей зоны за счёт уменьшения возможности взаимных помех между кинематическими цепями.

Работа выполнена в рамках гранта 16-29-04273 офи м. Авторы статьи приносят свою благодарность фонду РФФИ за оказанное содействие в проведении исследований.

**Ключевые слова.** Механизм параллельной структуры, платформа Гауфа, число степеней свободы.

Создание надежных многофункциональных механизмов и машин обуславливает объективную необходимость поиска эффективных технологических решений в области машиноведения [1, 2].

Как показывают комплексные исследования, проводимые в Институте машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (Москва, Россия), одним из направлений для решения данной задачи является использование технологических механизмов параллельной структуры [3-11].

Такие механизмы имеют несколько кинематических цепей, связывающих основание с выходным звеном – рабочим органом и воспринимают нагрузку подобно пространственным фермам. Этим они отличаются от традиционных механизмов с последовательным расположением звеньев и приводов. Данное обстоятельство обуславливает повышенные показатели механизмов параллельной структуры по точности и грузоподъемности. Поэтому механизмы параллельной структуры нашли широкое применение в качестве технологических, манипулирующих, измерительных и медицинских систем.

Другим преимуществом механизмов параллельной структуры является возможность

установить все приводы на основании механизма, что увеличивает их надежность. Кроме того, приводы могут быть установлены вне рабочей зоны, и это, в свою очередь, обуславливает возможность применения этих механизмов в агрессивных средах, а также в аэродинамических трубах.

Первые проекты механизмов параллельной структуры были связаны с использованием платформы Гауфа-Стюарта (гексапод). Как недостаток, эти устройства имели одну избыточную степень свободы, наличие особых положений (сингулярностей) и переменную жёсткость в рабочей зоне. Развитие механизмов рассматриваемого класса привело к увеличению числа степеней свободы, в частности, появлению в них линейных двигателей [12].

В данных устройствах, например, фирмы HERMES [13], имеются двигатели, установленные на основании, а также стержни, передающие движения на выходное звено механизма. Архитектура кинематических цепей, а также ферменная конструкция неподвижного и конечного звеньев, призваны повысить жёсткость при движениях элементов механизма по трём степеням свободы. Кроме того, выходное звено может быть снабжено механизмом, обеспечивающим движение по вертикали, а также вращение вокруг двух горизонтальных осей (трипод).

Одной из перспективных схем механизмов параллельной структуры является механизм технологического робота METROM [14], который представляет собой механизм параллельной структуры с пятью степенями свободы. Данный механизм имеет пять кинематических цепей, причём конечная кинематическая пара каждой цепи расположена по оси шпинделя.

Для эффективного управления механизмом необходимы знания размеров области рабочей зоны и поля скоростей его рабочих элементов.

Статья рассматривает алгоритм определения обобщенных координат и скоростей элементов механизма параллельной структуры с пятью степенями свободы и тремя кинематическими цепями типа METROM;

анализу обобщенных сил, действующих в его приводах.

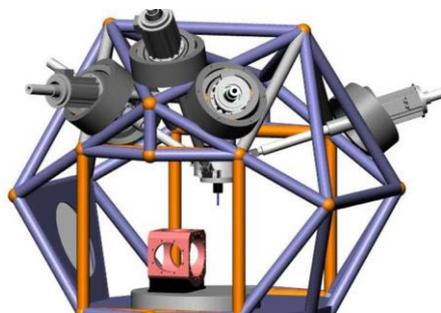


Рисунок 1

Пусть в рассматриваемой схеме механизма известно положение точек  $B_i$ , характеризующих основание механизма, точек  $C_i$ , расположенных на шпинделе, и длины звеньев  $C_iA_i$ . Каждое положение механизма можно задать через два угла поворота вокруг осей  $Y$  и  $Z$ , и линейное перемещение вдоль осей  $X, Y, Z$ .

Для определения обобщенных координат рассмотрим решение обратной задачи для первой кинематической цепи (рис. 2). При этом используем матрицу Денавита-Хартенберга

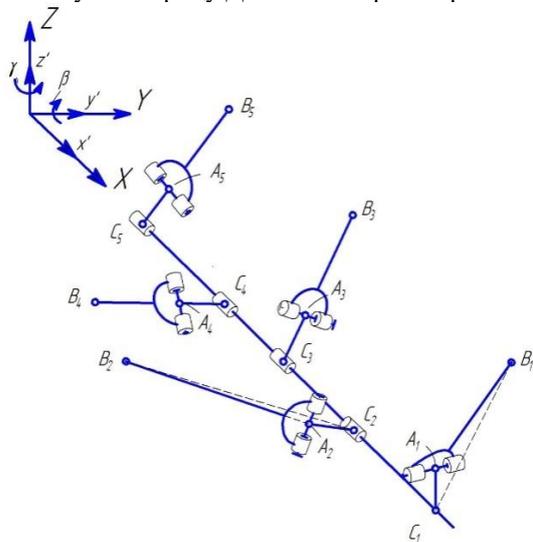


Рисунок 2

преобразования координат, описывающую поворот вокруг осей  $Y$  и  $Z$ , а также перемещение вдоль осей  $X, Y, Z$  [13]

$$\begin{pmatrix} \cos(\gamma) \cdot \cos(\beta) & -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta) & x \\ \sin(\gamma) \cdot \cos(\beta) & \cos(\gamma) & \sin(\gamma) \cdot \sin(\beta) & y \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Здесь  $\beta$  и  $\gamma$  – углы поворота выходного звена;  $x, y, z$  – координаты центра выходного звена в неподвижной системе координат.

Рассмотрим положение точек  $A_1$  и  $C_1$  на платформе. Для этого определим координаты оси  $X'$  в подвижной системе координат. Имеем:

$$\begin{pmatrix} \cos(\gamma) \cdot \cos(\beta) \\ \sin(\gamma) \cdot \cos(\beta) \\ -\sin(\beta) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Используя матрицу (2), можно определить координаты вектора, соединяющего точки  $B_1$  и  $C_1$ , а затем, векторно умножая указанный вектор на орт, направленный вдоль оси  $X'$  подвижной системы координат, можно получить координаты оси  $Y'$  подвижной координатной системы в неподвижной системе координат (рис.3).

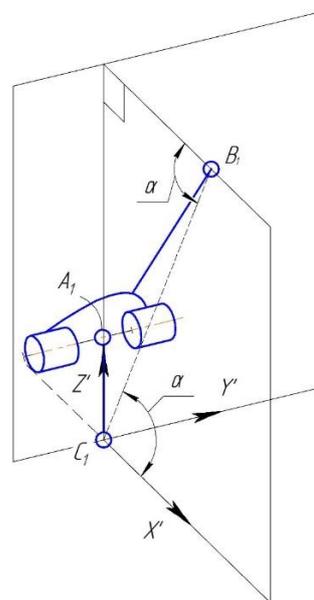


Рисунок 3

С другой стороны, единичный вектор, направленный вдоль оси  $Y'$  подвижной системы координат, может быть определен непосредственно из матрицы, описывающей повороты осей координат. В подвижной системе координаты этого единичного вектора равны  $(0, 1, 0)$ , а в неподвижной системе:

$$\begin{pmatrix} \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha) - \sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \\ \cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) + \sin(\gamma) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha) \\ \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) \end{pmatrix} \quad (3)$$

Сравнивая координаты (3), можно получить формулу для вычисления угла  $\alpha$ , а затем выразить координаты точки  $A_1$  в неподвижной системе координат. Отсюда, получаем решение обратной задачи о положениях для первой кинематической цепи как квадратный корень из суммы квадратов разностей координат точек  $A_1$  и  $B_1$ .

Рассмотрим решение обратной задачи в общем виде для остальных кинематических цепей, которые отличаются от первой цепи. Очевидно, решение отыскивается аналогично

решению задачи для первой кинематической цепи до момента определения модуля вектора, проведенного от точки  $C_1$  к точке  $B_1$ .

Опуская достаточно тривиальные, но громоздкие вычисления изложим алгоритм вычисления остальных координат точек звеньев. Запишем координаты точки  $B_2$  в неподвижной системе координат, а координаты точки  $C_2$  в подвижной системе координат. Далее находим скалярное произведение векторов  $C_2B_2$  и оси  $X'$  (рис. 4). Из полученного произведения находим косинус угла  $\varphi_2''$ .

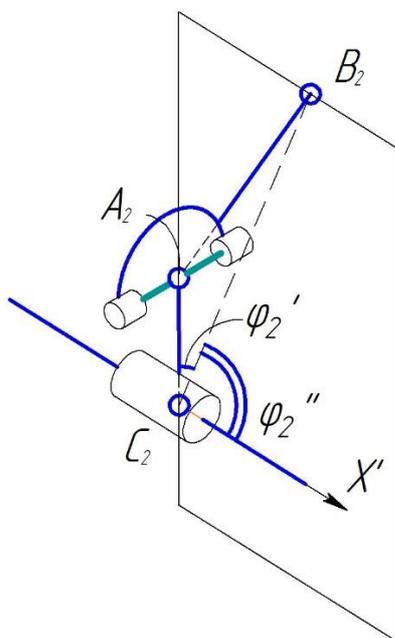


Рисунок 4

Заметим, что угол между  $A_2C_2$  и осью  $X'$  равен  $\pi/2$ . Вычитая из заданного угла величину угла  $\varphi_2''$ , получаем угол  $\varphi_2'$  между линиями  $C_2B_2$  и  $C_2A_2$ .

Рассмотрим треугольник  $B_2C_2A_2$  (рис.4). Зная в данном треугольнике величины сторон  $B_2C_2$  и  $C_2A_2$ , а также угол  $\varphi_2'$  между ними, находим длину  $B_2A_2$  по теореме косинусов:

$$|A_2B_2| = \sqrt{|C_2B_2|^2 + |A_2C_2|^2 - |C_2B_2| \cdot |A_2C_2| \cdot \cos \varphi_2'}$$

Это решение обратной задачи для координат точек второй цепи. Для остальных координат цепей решения совершенно аналогичны.

Рассмотрим плюккерovy координаты силовых винтов, определяемых кинематическими цепями данного механизма. Примем во внимание, что первая кинематическая цепь имеет пять кинематических пар пятого класса, она налагает одну связь на движение выходного звена. Эта кинематическая цепь при зафиксированном

приводе соответствует двум силовым винтам, воздействующим на выходное звено.

Можно показать, что один силовой винт действует вдоль оси линейного двигателя, другой силовой винт должен проходить через точку  $B_1$  и быть параллельным оси шарнира, соединяющего данную кинематическую цепь с выходным звеном.

Действительно, искомые силовые винты должны быть сонаправлены с осями осей неприводных кинематических пар. Таковых кинематических пар четыре (считая все пары одноподвижными). Три кинематические пары – вращательные, пересекающиеся в точке  $B_1$ , ещё одна кинематическая пара – также вращательная пересекает точку  $A_1$ . Из изложенного следует, что два силовых винта  $R_1, R_2$ , уравновешиваемые реакциями в неприводных парах первой цепи, таковы: один из них проходит через точки  $B_1$  и  $A_1$ , а другой параллелен оси шарнира  $A_1$  (рис. 2, 5).

В соответствии с изложенным, определим плюккерovy координаты для силовых винтов первой кинематической цепи.

Координаты векторной части первого силового винта  $R_1$  определяются как координаты вектора, проведенного из точки  $B_1$  в точку  $A_1$ , поделенные на длину указанного вектора. Моментная часть указанного винта определяется как векторное произведение радиус-вектора точки  $B_1$  на только что найденный вектор (векторная часть силового винта).

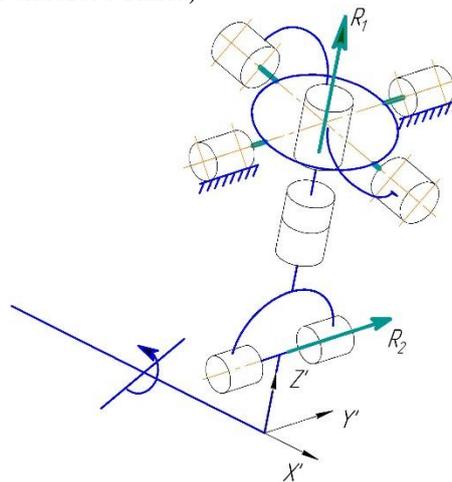


Рисунок 5

Для второго силового винта  $R_2$  первые три координаты определяются как координаты оси  $Y'$  подвижной системы координат в неподвижной системе координат. Вторые три координаты определяются как векторное произведение радиус-вектора точки  $B_1$  на векторную часть силового винта.

Для второй цепи (рис. 2, 6) определяем вектор  $R_3$ , являющийся третьим силовым винтом – реакцией. Очевидно, что этот вектор должен

проходить через точки  $B_2$  и  $A_2$ , так как в этом случае он пересекает оси всех неприводных кинематических пар.

Найдём координаты точки  $A_2$ . Для этого рассмотрим (рис. 3 и 5) скалярное произведение вектора, проведенного от точки  $C_2$  до точки  $B_2$ , и единичного вектора, проведенного вдоль оси  $X'$ . Это произведение выражает проекцию указанного вектора на указанную ось. Соответственно сам указанный вектор может быть представлен как геометрическая сумма произведения данной проекции (скаляр) на единичный вектор оси  $X'$  плюс проекция вектора, проведенного от точки  $C_2$  до точки  $B_2$ , на ось, перпендикулярную оси  $X'$ , умноженную на единичный вектор этой оси.

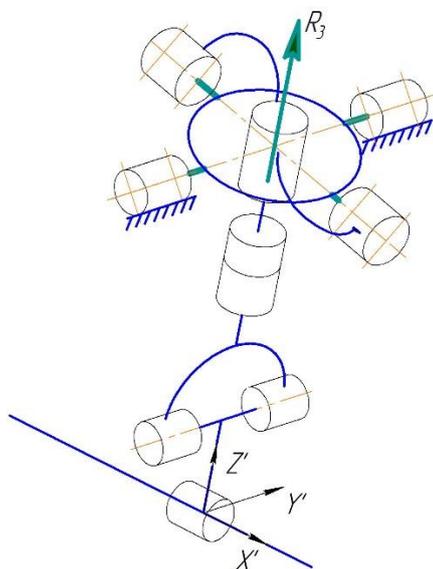


Рисунок 6

Упомянутая ось расположена вдоль вектора, проведенного от точки  $C_2$  до точки  $A_2$ . Проекция рассматриваемого вектора на ось звена  $C_2A_2$  равна геометрической разности вектора, проведенного от точки  $C_2$  до точки  $B_2$ , и его проекции на ось  $X'$ . Зная длину звена  $C_2A_2$ , находим координаты точки  $A_2$ .

Определим плюккерovy координаты для единичного силового винта второй цепи. Координаты векторной части определим как координаты вектора, проведенного от точки  $B_2$  к точке  $A_2$ , деленные на модуль этого вектора. Моментную часть определим как векторное произведение только что найденного единичного вектора (векторная часть силового винта) и радиус-вектора точки  $B_2$ .

Плюккерovy координаты единичных силовых винтов для третьей, четвертой и пятой кинематических цепей найдем аналогичным образом.

На базе найденных плюккерovy координат проведем анализ скоростей механизма.

Основываясь на зависимости между углами  $\beta$ ,  $\gamma$  и углом  $\alpha$ , можно вывести соотношение между производными от этих величин. Угол  $\alpha$  выражен через углы  $\beta$  и  $\gamma$  при решении задачи о положениях (см. рис. 3). Взаимосвязь между этими углами определена тем, что точки  $A_1$ ,  $B_1$ , и  $C_1$  лежат в плоскости, перпендикулярной оси  $Z'$  подвижной системы координат. Указанная зависимость может быть выражена в виде неявной функции

$$F(\alpha, \beta, \gamma) = 0,$$

которая зависит от параметров механизма и положения выходного звена.

Взяв частные производные от этой функции, можно выразить скорость изменения угла  $\alpha$  через скорости изменения углов  $\beta$  и  $\gamma$ :

$$d\alpha/dt = -[(dF/d\beta)(d\beta/dt) + (dF/d\gamma)(d\gamma/dt)]/(dF/d\alpha).$$

Укажем на взаимосвязь между скоростями изменения углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и проекциями  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  вектора угловой скорости на оси неподвижной системы координат. Последовательность поворотов от подвижной системы координат к неподвижной производится через уравнение [2]:

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta) \cdot \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \cos(\beta) \cdot \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}.$$

Отсюда, по известным скоростям изменения углов  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  найдем проекции угловой скорости на оси неподвижной системы координат:

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} & \frac{\sin \gamma}{\cos \beta} & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ \cos \gamma \cdot \tan \beta & \sin \gamma \cdot \tan \beta & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix}.$$

Зная скорости изменения углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , можно определить проекции вектора угловой скорости на координатные оси неподвижной системы.

Заметим, что эти проекции будут соответствовать трём плюккерovy координатам кинематического винта выходного звена. Другие три плюккерovy координаты (моментная часть кинематического винта) определяются как проекции линейной скорости центра подвижной системы координат выходного звена на координатные оси неподвижной системы. В результате будем иметь винтовое уравнение в матричном виде:

$$(E)(\Omega) = (\dot{q}),$$

здесь  $(\Omega)$  – кинематический винт выходного звена,  $(E)$  – матрица плюккерovy координат силовых винтов, передаваемых кинематическими цепями,  $(\dot{q})$  – вектор обобщённых скоростей в приводах.



Зададим вектор обобщённых скоростей. Будем иметь ввиду, что вторая обобщённая скорость равна 0. Это связано с тем, что в первой кинематической цепи имеют место два силовых винта. Один из них обусловлен связью, налагаемой этой цепью. Поэтому обобщённой скорости в данном случае нет.

Рассмотрим силовой анализ. Для этого нужно взять транспонированную матрицу плюккеровых координат, а затем разложить силовой винт, действующий на выходное звено, по этим плюккеровым координатам.

Для определения сил, действующих в приводах, нужно матрицу, обратную

#### Литература:

1. Ганиев Р.Ф. Проблемы механики машин и технологий. Перспективы развития Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 1. С. 3-20.
2. Пространственные механизмы параллельной структуры. / В.А. Глазунов, А.Ш. Колискор, А.Ф. Крайнев – М.: Наука, 1991 – 95 с.
3. Глазунов В.А., Чунихин А.Ю. Развитие механизмов параллельной структуры. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014. № 3. С. 37-43.
4. Хейло С.В., Глазунов В.А., Ширинкин М.А., Календарев А.В. Возможные применения механизмов параллельной структуры. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013, № 5, с. 19-24.
5. Данилин П.О., Тывес Л.И., Глазунов В.А. Групповая кинематическая развязка двигателей в механизмах параллельной структуры. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010, № 3, с. 27-35.
6. Глазунов В. А., Чунихин А. Ю. Определение числа степеней свободы пространственных механизмов для технологического оборудования. // Справочник. Инженерный журнал. 2014. № 12. С. 29-34.
7. Хейло С.В., Ширинкин М.А., Глазунов В.А. Определение собственных частот манипулятора параллельной структуры. // Известия ВУЗов. Технология текстильной промышленности. 2011. № 4. С. 120-123.
8. Рашоян Г.В., Ласточкин А.Б., Глазунов В.А. Кинематический анализ пространственного

транспонированной матрице плюккеровых координат, умножить на вектор координат силового винта, действующего на выходное звено.

Таким образом, в данной статье решена задача о положениях для механизма параллельной структуры с пятью степенями свободы типа METROM. Определены плюккеровы координаты силовых винтов, действующих со стороны кинематических цепей на выходное звено, решена задача о скоростях и проведен силовой анализ.

механизма параллельной структуры с круговой направляющей. // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2014. № 2. С. 20-26.

9. Демидов С.М., Глазунов В.А., Ласточкин А.Б., Артеменко Ю.Н. Анализ углов давления и особых положений модулей параллельной структуры, предназначенных для механизмов относительного манипулирования. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011, № 5, с. 11-20.

10. Патент № 2478464 Российская Федерация. В25J9/00. Модульная робототехническая технологическая установка. / Глазунов В.А., Ковалев В.Е., Левин С.В., Сухоруков Р.Ю., Шалюхин К.А.; Оп. 10.04.2013. Бил. №10.

11. Патент № 115709 Российская Федерация. В25J 9/00. Робототехническая технологическая установка. / Глазунов В.А., Ковалев В.Е., Левин С.В., Сухоруков Р.Ю., Шалюхин К.А.; Оп. 10.05.2012. Бил. №13.

12. Металлорежущий станки: учебник. В 2-х т. / Т.М. Аврамова, В.В. Бушуев, Л. Я. Гиловой и др.; под ред. В.В. Бушуева. Т.2 – М.: Машиностроение, 2011.-586 с.; ил.

13. Lopez de Lacalle L. N., Lamikiz A. Machine Tools for High Performance Machining / Springer-Vergal London Limited, 2009-P. 435.

14. ПатентГермании № WO 03/037562 A1. Device for the displacement and/or positioning of an object in five axes / МПК В23Q 1/54, опубликован 08.05 2003.