



## Halqavaqri lövhənin yükəgötürmə qabiliyyəti haqqında

A.Ə.Cahangirov

Azərbaycan Texniki Universiteti  
Az 1073, Bakı, H.Cavid prospekti 25  
E-mail: al-akif@mail.ru

### Xülasə

Məqalədə səthi üzrə paylanmış yükün təsirinə məruz qalmış həlqəvi kompozit lövhənin yükəgötürmə qabiliyyətinin təyini məsələsinə baxılır. Məsələnin riyazi qoyuluşu verilir, axtarılan funksiyaların sinfi təyin edilir, həmçinin sərhəd şərtləri və əyici momentlərin və əyinti sürətlərinin kəsilməzlik şərtləri yazılır. Məsələnin mexaniki qoyulandan istifadə etməklə dairəvi lövhə halında lövhənin mərkəzi üçün və axma altıbucaqlısının şaquli tərəfləri üçün şərtlər yazılır. Axma altıbucaqlısının tərəflərinin tənlikləri momentlərlə ifadə olunur və sonra assosiyə olunmuş axma qanunundan istifadə etməklə bu tənliklər əyinti sürətlərinə nəzərən adi diferensial tənliklərə gətirilir. Axma altıbucaqlısının şaquli tərəflərinin oynaq olması şərtindən istifadə etməklə lövhə üçün kompoziti təşkil edən materialların bütün xassələrindən asılı olan limit yük təyin edilir.

**Açar sözlər:** həddi yük, üçlaylı lifli kompozit, ideal plastik model, əyici momentlər, əyilmənin deformasiya sürəti.

**Giriş.** Son yarım əsrdə kompozit materiallar sənaye və texnologiyada daha geniş sahələrə tətbiq olunmağa başlamışlar. Kompozit material dedikdə iki və daha çox materialın istifadəsi ilə ağıllı qaydalar və hesablar əsasında hazırlanan, yüngül çəkiyə və tələb olunan möhkəmlik, sərtlik və termik xassələrə malik olan materiallar nəzərdə tutulur. Kompozit konstruksiyaların həddi yükünün təyini riyazi cəhətdən çox mürəkkəb məsələlərdən biridir. Əvvəlcə bütövlükdə kompozitin plastik axma şərtlərini qurmaq, sonra isə bu şərtləri konkret məsələlərin həllinə tətbiq etmək lazımdır. Bu məqalədə adı çəkilən məsələlərin qoyuluşu və bəzi xassələri haqqında danışılacaqdır. Konkret məsələlərin dəqiq analitik həlləri ədəbiyyat siyahısındakı məqalələrdə təfəsilatı ilə verilmişdir [1-5].

### 1. Məsələnin qoyuluşu.

Halqavari lövhənin yükəgötürmə qabiliyyətinin təyini haqqında məsələnin qoyuluşuna baxaq:  $z$  oxu aşağıya yönəlməklə  $R, \varphi, z$  silindrik koordinat sisteminin

$$A \leq R \leq B, -\frac{H}{2} \leq z \leq \frac{H}{2}, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

oblastında verilmiş halqavari kompozit lövhənin  $P$  intensivlikli aşağıya yönəlmiş oxasimmetrik yükün təsiri altında plastik əyilməsi (dartılmasız) məsələsini öyrənək. Lövhənin  $H$  qalınlığını sabit hesab edirik.

Konstruksiyanın yükəgötürmə qabiliyyəti tükənir ifadəsi - onun xarici qüvvələrin artımına müqavimət göstərə bilmədiyini ifadə edir. Yükləmə artırılaraq limit yükə çatana qədər lövhə mütləq bərk cisim kimi deformasiyaya uğramır, limit yükə çatdıqda isə lövhənin müqaviməti anıdan itir və o plastik maye kimi axmağa başlayır. Məqsəd lövhənin yükəgötürmə qabiliyyəti adlanan bu limit yükü tapmaqdan ibarətdir. Bunun üçün lövhənin əyici momentlərlə ifadə edilən müvazinətinin diferensial tənliyi yazılır və ya ölçüsüz kəmiyyətlərlə

$$(m_1)' - m_2 = -T^{ar} + Ta \quad \left( T^{ar} = \int_a^r p(\eta)\eta d\eta, p = P/\sigma_0 \right) \quad (1)$$

burada ştrix  $r$  - ə görə törəməni göstərir,  $T$  - isə lövhənin daxili konturu üzərində (halqavari lövhələr üçün) vahid uzunluğa düşən naməlum dayaq reaksiyasıdır. Dairəvi lövhələr üçün  $T$  sıfırdır.

Müvazinət tənliyi aşağıdakı sərhəd şərtləri daxilində həll edilir:

1) sərbəst sərhəddə:  $m_1 = 0$  ;

2) şarnirli dayaqlanmış sərhəddə:

$$m_1 = 0, \quad w = 0; \quad (2)$$

3) bağlanmış sərhəddə:  $w = 0$  və, ya  $\frac{dw}{dr} = 0$ , ya da

$$m_1 = m_{01}.$$

(1) tənliyi iki  $m_1$  və  $m_2$  naməlum funksiyalarının təyini üçün bir tənlikdir. Bu kəmiyyətlər arasında ikinci tənlik axma şərtləri ilə verilir. Məlum olduğu kimi, axma altıbucaqlısının daxilində deformasiya yoxdur (elastikdir, ancaq ideal sərt plastiklik nəzəriyyəsinə görə bu halda deformasiya sıfır hesab edilir), üzərində plastik axma şərtləri ödənilir, kənarına isə çıxıla bilməz, çünki material möhkəmlənməyəndir.

Lövhənin yükəgötürmə qabiliyyətini (limit yükü) təyin etmək üçün əvvəlcə axma altıbucaqlısının tərəflərinin elə ardıcılığı seçilir ki, bu ardıcılığın başlanğıc və son nöqtələrində lövhənin konturları üzərindəki momentlərlə yazılan şərtlər ödənsin. Ardıcılıq üzrə istiqamət isə məsələnin qoyuluşuna uyğun şəkildə momentlərin işarələrinin analizi ilə müəyyən edilir. Qeyd edək ki, alt təbəqələr dartılıanda, üst təbəqələr isə sıxılıanda  $m_r > 0$  olur. Lövhənin səthi altıbucaqlının götürülən tərəflərinin sayı qədər konsentrik halqavari oblastlara (plastik axma rejimlərinə)

bölünür. Bu oblastların tənlikləri kəsilməzlik şərtlərindən tapılır.

Beləliklə, verilən kompozit lövhənin yükötürmə qabiliyyətinin təyin etmək üçün aşağıdakı riyazi məsələni həll etmək lazımdır.  $p = p(r)$  yükünün elə ən böyük qiymətini tapmaq lazımdır ki, buunun üçün tapıla bilən  $m_r(r)$  radial,  $m_\theta(r)$  tangensial momentləri və  $w(r)$  əyilmə sürəti funksiyaları  $a \leq r \leq b$  intervalında aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

1)  $m_r$ ,  $m_\theta$  və  $w$  funksiyaları uyğun olaraq  $C^1$ ,  $C^0$  və  $C^2$  – dən olan hissə-hissə kəsilməz funksiyalardır:

2)  $m_r$  və  $m_\theta$  müvazinətin (1) diferensial tənliyini ödəyirlər; dairəvi lövhənin mərkəzində  $m_r = m_\theta$ ;

3) koordinatları  $m_r$ ,  $m_\theta$  olan ümumiləşmiş gərginliklər nöqtəsi axma altıbucaqlısının içərisində və ya üzərində ola bilər. Birinci halda axma sürətləri sıfır olur ( $w = 0$ ), ikinci halda isə əyrilik sürətləri ilə ümumiləşmiş gərginliklər arasında assosiasiya olunmuş axma qanunu ödəyir, yəni  $(\dot{\chi}_1, \dot{\chi}_2)$  plastik əyinti sürətləri vektoru  $m_r$ ,  $m_\theta$  müstəvisində axma altıbucaqlısının təpə nöqtələrindən [6-9] başqa hər bir nöqtəsində ona perpendikulyardır;

4) əyrilik sürətinin  $dw/dr$  törəməsi yalnız şarnir çevrələri üzərində, yəni  $|m_r| = m_{01}$  olduqda kəsilməz olur;

5) sərbəst sərhəddə:  $m_1 = 0$ ; şarnirli dayaqlanmış sərhəddə  $m_1 = 0$ ,  $w = 0$ ; bağlanmış sərhəddə isə  $w = 0$  və, ya  $\frac{dw}{dr} = 0$ , ya da  $m_1 = m_{01}$  şərtləri ödəyir.

$w$  əyinti sürətinin təyini üçün assosiasiya olunmuş axma qanunundan

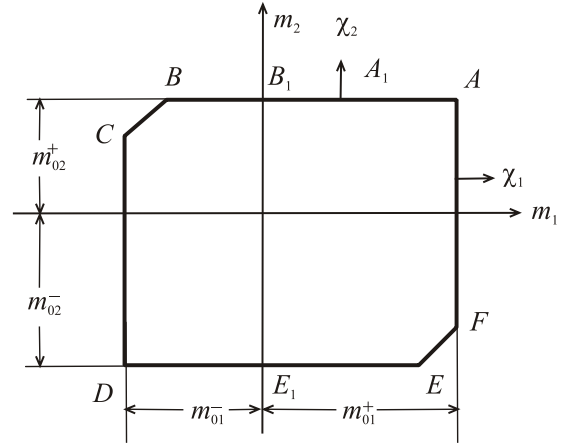
$$\dot{\chi}_i = \lambda_p \frac{\partial f_p}{\partial m_i} \quad (i=1, 2; \quad p=1, 2, \dots, 6)$$

istifadə etməklə xətti diferensial tənliklər alırıq, burada  $f_p$  – axma şərtlərinin tənlikləridir,  $\lambda_p$  – mənfi olmayan kəmiyyətlər,

$$\dot{\chi}_1 = -\frac{d^2 w}{dr^2}, \quad \dot{\chi}_2 = -\frac{1}{r} \frac{dw}{dr}, \quad (3)$$

isə lövhənin orta səthinin əyinti sürətləridir. Assosiasiya olunmuş axma qanununda əyinti sürətləri vektorunun  $m_1 m_2$  müstəvisində axma altıbucaqlısının normalı istiqamətində yönəldiyi ifadə edilmişdir.

$m_1, m_2$  baş momentlərinin işarələrindən asılı olaraq plastik axınlar müxtəlif istiqamətlərdə inkişaf edir. Sadəlik üçün axma altıbucaqlısının tərəflərinin tənliklərindən istifadə edək [1-5], onları aşağıdakı kimi yazıla bilər:



Şəkil. Axma altıbucaqlısı

a)  $f_1 = m_2 - cam_1 - \beta_1 = 0$ , əgər

$m_1 \geq 0, m_2 \leq 0$  ( $EF$  rejimi);

b)  $f_2 = m_2 - cam_1 - \beta_2 = 0$ , əgər

$m_2 \geq 0, m_1 \leq 0$  ( $BC$  rejimi);

c)  $f_3 = m_1 - m_{01}^+ = 0$  ( $AF$  rejimi);

d)  $f_4 = m_1 + m_{01}^- = 0$  ( $CD$  rejimi);

e)  $f_5 = m_2 - m_{02}^+ = 0$  ( $AB$  rejimi);

f)  $f_6 = m_2 + m_{02}^- = 0$  ( $DE$  rejimi).

Beləliklə, altı hamar axma şərtləri alırıq, yəni  $f_p = 0, p = 1, 6$ .

Əgər sərhəddə momentlərin (ümumiləşmiş gərginliklərin) qiymətləri verilsə, onda diferensial müvazinət tənliyi ilə birlikdə  $m_1, m_2$  ümumiləşmiş gərginlik vəziyyətinin deformasiya sürətlərindən asılı olmayan təyini üçün tam tənliklər sistemi alırıq.

$w$  əyinti sürətini təyin etmək üçün assosiyə olunmuş axma qanunundan istifadə etməklə xətti diferensial tənlikləri tapırıq.

$$\dot{\chi}_1 = -\frac{d^2 w}{dr^2}, \quad \dot{\chi}_2 = -\frac{1}{r} \frac{dw}{dr},$$

Lövhənin orta səthinin əyrilik sürətləridir, həmçinin assosiyə olunmuş axma qanununu yazırıq:

$$\dot{\chi}_i = \lambda_p \frac{\partial f_p}{\partial m_i} \quad (i=1, 2; \quad p=1, 2, \dots, 6)$$

burada hissə-hissə hamar  $f_p$  axma funksiyaları



a)-f) tənlikləri ilə verilir,  $\lambda_p$  isə mənfi olmayan kəmiyyətlərdir. Beləliklə, əyrilik sürəti vektoru  $m_1, m_2$  müstəvisində axma altıbucaqlısının normalıdır. Onda assosiyə olunmuş axma qanunu  $m_1, m_2$  ümumiləşmiş kəmiyyətləri və  $\chi_1, \chi_2$  əyrilik sürətləri arasındakı asılılıq üçün də doğrudur.

Deformasiya sürətinin komponentləri aşağıdakı məlum münasibətlərlə təyin edilir:

$$\xi_r = z\chi_1, \quad \xi_\theta = z\chi_2.$$

Aydın ki, deformasiya sürətlərinin  $\xi_r / \xi_\theta$  nisbəti lövhə müstəvisinin normalı istiqaməti üzrə sabitdir.

a) tənliyinə ( $EF$ ) əsasən alırıq:

$$\frac{\partial f_1}{\partial m_1} = -\alpha, \quad \frac{\partial f_2}{\partial m_2} = 1,$$

və uyğun olaraq

$$\dot{\chi}_1 = -\lambda_1 \alpha, \quad \dot{\chi}_2 = \lambda_1,$$

yəni  $\dot{\chi}_1 + \alpha \dot{\chi}_2 = 0$  və lövhənin  $w$  əyinti sürəti ikinci tərtib xətti bircins diferensial tənliyi ödəyir:

$$\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\alpha}{r} \frac{dw}{dr} = 0.$$

Analoji nəticələr  $BC$  rejimi üçün də doğrudur. Doğrudan da, b) tənliyinə əsasən alırıq:

$$\frac{\partial f_2}{\partial m_1} = -\alpha, \quad \frac{\partial f_2}{\partial m_2} = 1,$$

və uyğun olaraq

$$\dot{\chi}_1 = -\lambda_2 \alpha, \quad \dot{\chi}_2 = \lambda_2,$$

yəni  $\dot{\chi}_1 + \alpha \dot{\chi}_2 = 0$  və yenə də aşağıdakı diferensial tənliyi almış oluruq:

$$\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\alpha}{r} \frac{dw}{dr} = 0.$$

Uyğun şəkildə digər rejimlərə də baxılır.

## 2. Mərkəzi layı liflərlə armirlənmiş və sərbəst dayaqlanmış dairəvi üçlaylı kompozit lövhənin yükötürmə qabiliyyətinin təyini

Üst səthində müntəzəm paylanmış aşağı yönələn  $P$  yükünün təsirinə məruz qalan  $R$  radiuslu sərbəst dayanmış dairəvi kompozit lövhəyə baxaq.

Sərbəst dayanmış sərhəddə radial əyici momentin və əyintinin sıfıra bərabər olması şərti ödənməlidir:

$$m_1 = 0, \quad w = 0.$$

Lövhənin  $r = 0$  mərkəzində isə məsələnin

simmetrikliliyinə görə  $m_1 = m_2 = m_0$  şərti ödənilir.

Analiz göstərir ki, lövhənin plastikliyi axma altıbucaqlısında  $A_1 B_1$  ( $m_2 = m_0, 0 \leq m_1 \leq m_0$ ) rejiminə uyğun gəlir, burada  $A_1$  ( $m_1 = m_2 = m_0$ ) nöqtəsi mərkəzə,  $B_1$  ( $m_1 = 0, m_2 = m_0$ ) nöqtəsi isə lövhənin sərhədinə uyğundur.

(1) tənliyini aşağıdakı şəkllə gətirək:

$$\frac{d}{d\xi} (\xi m_1) - m_2 = -2p\xi.$$

$m_2 = m_0, 0 \leq m_1 \leq m_0$  olduqda bu tənliyin

həlli

$$m_1 = m_0 - \frac{2}{3} p \xi^2 + \frac{C}{\xi},$$

olar, buada  $C$  ixtiyari inteqrallama sabitidir. Həllin  $\xi = 0$  olduqda məhdud olması üçün  $C = 0$  qəbul edək. Beləliklə,

$$m_1 = m_0 - \frac{2}{3} p \xi^2.$$

$\xi = \rho$  xarici konturunda  $m_1 = 0$  sərhəd şərtindən istifadə etməklə, alırıq:

$$m_0 = \frac{2}{3} p \rho^2.$$

Bu zaman (1) tənliyinin sərhəd şərtlərini ödəyən həlli aşağıdakı kimi yazılır:

$$m_1 = \frac{2}{3} p (\rho^2 - \xi^2), \quad (4)$$

$p$  limit yükü isə

$$p = \frac{3}{2} \frac{m_0}{\rho^2}, \quad (5)$$

bərabərliyindən təyin edilir, burada [1-11]

$$m_0 = \frac{2k}{1+k} + 4s_0 \left[ (1+\mu)d + \frac{1-\mu}{2(1+k)} \right] - \frac{2(1-\mu)^2}{1+k} s_0^2 + 4q_0 \frac{1+\nu k}{1+k} - \frac{2(1-\nu)^2}{1+k} q_0^2 - \frac{4(1-\mu)(1-\nu)}{1+k} s_0 q_0$$

(5) düsturlarından görüldüyü kimi limit yük lövhənin radiusunun kvadratı ilə tərs və  $m_0$  axma həddi ilə düz mütənasibdir. Öz növbəsində,  $m_0$  axma həddi  $s_0$  və  $q_0$  kəmiyyətlərlə düz mütənasibdir.  $s_0$  və  $q_0$  kəmiyyətlərinin kvadratları, həmçinin onların hasilini (bu hasil liflərin və örtük təbəqələrin materiallarının dartılma və sıxılmada fərqli müqavimətləri hesabına yaranır)  $m_0$  axma həddini azaldır. Əgər  $\mu = 1$  və



$\nu = 1$  olarsa, onda

$$m_0 = \frac{2k}{1+k} + 8s_0d + 4q_0.$$

Buradan görünür ki, armirləyici liflər və örtük təbəqələr  $m_0$  axma həddini artırır,  $d=0,5$  və  $k=1$  olduqda  $m_0$  özünün

$$m_0 = 1 + 4(s_0 + q_0).$$

olan ən böyük qiymətini alır.  $s_0=q_0=0$  olduqda  $m_0=1$  olur və (5) Treskanın tədqiq etdiyi həlli təyin edir [1-5].

İndi isə əyinti sürətlərinin kinematik mümkün sahələrini təyin edək.  $\dot{\chi}_i = \lambda \frac{\partial f}{\partial m_i}$  ( $i = 1, 2$ )

assosiyə olunmuş axma qanunundan istifadə edək, burada  $\lambda$  – müsbət əmsal,  $f$  – axma altıbucaqlısının uyğun tərəfi ilə təyin olunan axma şərtidir.  $A_1B_1$  rejiminin (şəkil) tənliyi  $f = m_2 - \bar{m}_s = 0$  olur və buna əsasən

$$\frac{\partial f}{\partial m_1} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial m_2} = 1$$

təyin edirik.

Göründüyü kimi axma yalnız ikinci baş istiqamətdə inkişaf edir və uyğun olaraq

$$\chi_1 = 0, \quad \chi_2 = \lambda \geq 0.$$

Beləliklə,  $0 \leq \xi \leq \rho$  olduqda  $w'' = 0$ ,  $w' < 0$  olur.  $\chi_1 = 0$  olduğundan,  $w$  əyinti sürəti

$$\frac{d^2w}{d\xi^2} = 0,$$

diferensial tənliyindən təyin olunur və radiusa nəzərən  $W = C_1r + C_2$  şəklində xətti funksiyadır.  $w(0) \leq \infty$ ,  $w(\rho) = 0$  sərhəd şərtlərini nəzərə alsaq

$$w = w_0 \left( 1 - \frac{\xi}{\rho} \right), \quad 0 \leq \xi \leq \rho,$$

alırıq, burada  $W_0$  – əyinti sürəti olub  $\xi = 0$  olduqda qeyri-müəyyən qalır. Göründüyü kimi ideal plastik deformasiya halında lövhə düz konus şəklini alır.

### 3. Əyici momentlər sahəsinin təyini

Naməlum  $\xi = \rho_1$  sərhədli hər hansı mərkəzi oblastında konturu üzrə bağlanmış lövhələrin plastikliyi

sərbəst dayanmış lövhələrdəki kimi olacaq, lakin kontura bitişik həlqəvi oblastda radial Əyici moment mənfə olacaq. Mərkəzi hissədə ( $0 \leq \xi \leq \rho_1$ )  $A_1B_1$  rejimi, burada  $m_2 = m_0$ ,  $m_0 - A_0 \leq m_1 \leq m_0$ , həlqəvi oblastda isə ( $\rho_1 \leq \xi \leq \rho$ ) –  $B_1C_1$  rejimi ödəyir, burada  $m_2 - m_1 = A_0$ , belə ki,

$$A_0 = 2 \left\{ \frac{1-k}{1+k} [s_0(1-\mu) + q_0(1-\nu)] + \frac{k}{1+k} + 4s_0(1+\mu)d + 2q_0(1+\nu) \right\}$$

$$m_0 = \frac{2k}{1+k} + 4s_0 \left[ (1+\mu)d + \frac{1-\mu}{2(1+k)} \right] - \frac{2(1-\mu)^2}{1+k} s_0^2 + 4q_0 \frac{1+\nu k}{1+k} - \frac{2(1-\nu)^2}{1+k} q_0^2 - \frac{4(1-\mu)(1-\nu)}{1+k} s_0 q_0$$

$\mu = \nu = 1$  olduqda alırıq:

$$m_0 = \frac{2k}{1+k} + 8s_0d + 4q_0,$$

$$A_0 = \frac{2k}{1+k} + 16s_0d + 8q_0. \quad (6)$$

Göründüyü kimi  $A_0 > m_0$ . Uyğun oblastlarda müvazinət tənlikləri aşağıdakı kimi olacaq:

$$\frac{dm_1}{d\xi} + \frac{m_1 - m_0}{\xi} = -2p\xi, \quad 0 \leq \xi \leq \rho_1, \quad (7)$$

$$\frac{dm_1}{d\xi} - \frac{A_0}{\xi} = -2p\xi, \quad \rho_1 \leq \xi \leq \rho. \quad (8)$$

(7) tənliyini

$$\frac{d}{d\xi} (\xi m_1) - m_2 = -2p\xi.$$

şəklinə gətirək. Bu tənliyin həlli

$$m_1 = m_0 - \frac{2}{3} p\xi^2 + \frac{C}{\xi}$$

funksiyasıdır, burada  $S$  – inteqrallama sabitidir.  $\xi = 0$  olduqda həllin məhdud olması üçün  $C = 0$  götürmək lazımdır. Beləliklə,



$$m_1 = m_0 - \frac{2}{3} p \xi^2.$$

İkinci tənliyin həlli ilə

$$m_1 = A_0 \ln \xi - p \xi^2 + C$$

funksiyasıdır.  $C$  sabitini  $\xi = \rho$  sərhəddində

$m_1 = -m_0$  şərtindən təyin edərək son nəticə olaraq həlli aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$m_1 = \begin{cases} m_0 - \frac{2}{3} p \xi^2, & 0 \leq \xi \leq \rho, \\ -m_0 + A_0 \ln \frac{\xi}{\rho} + p(\rho^2 - \xi^2), & \rho_1 \leq \xi \leq \rho \end{cases}$$

$\xi = \rho_1$  çevrəsində lövhə  $B_1$  rejimi ilə xarakterizə olunur, burada sağdan  $m_2 = m_0$  şərti, soldan isə  $m_1 = m_0 - A_0$  şərti ödənilir, yəni  $B_1$  nöqtəsi  $m_1 m_2$  baş Əyici momentlər müstəvisində yerləşir və  $B_1(m_0 - A_0, m_0)$  koordinatına malikdir.  $m_1$ -in sağdan kəsilməzliyini ödəyərək,

$$m_2 - m_1 = m_0 - m_1 = A_0,$$

$$m_0 - A_0 = m_1 = m_0 - \frac{2}{3} p \rho_1^2$$

yazaq və sonuncu bərabərliklərdən

$$2 p \rho_1^2 = 3 A_0.$$

təyin edək.

$B_1$  rejimindən solda kəsilməzlik şərtindən isə alırıq:

$$p(\rho^2 - \rho_1^2) + A_0 \left(1 - \ln \frac{\rho}{\rho_1}\right) = 2m_0$$

Birinci tənlikdən limit yük təyin edilir:

$$p = \frac{3A_0}{2\rho_1^2}.$$

Bu ifadəni əvvəlki bərabərlikdə yerinə yazsaq, mərkəzi və həlqəvi deformasiya oblastlarını ayıran naməlum  $\rho_1$  radiusunu tapmış olarıq:

$$3\rho^2 = \rho_1^2 \left(1 + \frac{4m_0}{A_0} + 2 \ln \frac{\rho}{\rho_1}\right).$$

$\mu = \nu = k = 1$  olduqda

$$A_0 = 1 + 16ds_0 + 8q_0,$$

$m_0 = 1 + 8s_0d + 4q_0$  alırıq və uyğun həllər aşağıdakı şəkildə olur:

$$p = \frac{3}{2\rho_1^2} (1 + 16ds_0 + 8q_0),$$

$$3\rho^2 = \rho_1^2 \left(1 + \frac{4 + 32ds_0 + 16q_0}{1 + 16ds_0 + 8q_0} + 2 \ln \frac{\rho}{\rho_1}\right).$$

Göründüyü kimi limit yük armirləyən liflərin, həm də qoruyucu təbəqələrin hesabına kifayət qədər artır. Bundan əlavə, armirləyən liflər layının orta səthdən olan  $d$  məsafəsi artıqda da limit yükün qiyməti artır. Bu kəmiyyətlər həm də deformasiya oblastları arasındakı radiuslara təsir edir.

$k = 1, s_0 = q_0 = 0$  olduqda Treskanın lövhə üçün çox məlum həlli alınır:

$$2p\rho_1^2 = 3, 3\rho^2 = \rho_1^2 \left(5 + 2 \ln \frac{\rho}{\rho_1}\right).$$

İndi isə axma başlayan anda, yerdəyişmələr hələ çox kiçik ikən, lövhənin həndəsi ölçülərinin dəyişməsi isə əhəmiyyətsiz dərəcədə olduqda əyinti sürətlərinin kinematik mümkün sahələrini təyin edək. Lövhənin axma halına keçmiş hər bir elementi sərt elementlərlə bağlıdır. Buna görə də ayrı-ayrı elementlərin deformasiya sürətləri arasındakı münasibətlər bir-biri ilə əlaqəlidir və bu da sürətlərin qeyri-müəyyən vuruq dəqiqliyi ilə tapılmasına gətirib çıxarır.

$\chi_i = \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial m_i}$  ( $i = 1, 2$ ) baş istiqamətlərində assosiyə

olunmuş axma qanunundan istifadə edək, burada  $\lambda$  – müsbət əmsal,  $f$  – axma altıbucaqlısının uyğun tərəfi ilə təyin olunan axma şərtidir.  $A_1 B_1$  rejiminin tənliyi

$f = m_2 - \bar{m}_s = 0$  olur və buna əsasən

$$\frac{\partial f}{\partial m_1} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial m_2} = 1$$

təyin edirik.

Göründüyü kimi axma yalnız ikinci baş istiqamətdə inkişaf edir və uyğun olaraq

$$\chi_1 = 0, \quad \chi_2 = \lambda \geq 0.$$

Beləliklə,  $0 \leq \xi \leq \rho$  olduqda  $w'' = 0, w' < 0$  olur.  $\chi_1 = 0$  olduğundan,  $w$  əyinti sürəti

$$\frac{d^2 w}{d\xi^2} = 0,$$

diferensial tənliyindən təyin olunur və radiusa



nəzərə  $W = C_1 r + C_2$  şəklində xətti funksiyadır.

$BC$  rejimi üçün də analoji nəticələr doğrudur. Doğrudan da,  $b$ ) tənliyinə əsasən

$$\frac{\partial f_2}{\partial m_1} = -\alpha, \quad \frac{\partial f_2}{\partial m_2} = 1,$$

və uyğun olaraq

$$\dot{\chi}_1 = -\lambda_2 \alpha, \quad \dot{\chi}_2 = \lambda_2,$$

alarıq, yəni  $\dot{\chi}_1 + \alpha \dot{\chi}_2 = 0$  və aşağıdakı diferensial tənliyi alırıq:

$$\frac{d^2 w}{d\xi^2} + \frac{\alpha}{\xi} \frac{dw}{d\xi} = 0.$$

$dw/d\xi = u$  işarə edərək sonuncu tənliyi

$$\frac{du}{d\xi} + \frac{\alpha}{\xi} u = 0$$

şəklində yazıla bilər. Bu tənliyi həlli  $u = C_3 \xi^{-\alpha}$

kimidir. Onda  $dw/d\xi = C_3 \xi^{-\alpha}$  tənliyinin ümumi həlli

$$w = C_3 \frac{\xi^{1-\alpha}}{1-\alpha} + C_4,$$

funksiyası olar, burada  $C_3$  və  $C_4$  ixtiyari

inteqrallama sabitləridir ki, onları  $\xi = \rho_1$  çevrəsində kəsilməzlik şərtindən və  $\xi = \rho$  konturunda sərhəd şərtlərindən təyin edəcəyik. Kontur üzrə əyintinin sıfıra

bərabər olması şərtindən  $C_4 = -C_3 \frac{\rho^{1-\alpha}}{1-\alpha}$  alırıq. Onda

əyinti aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$w = C_3 \left( \frac{\xi^{1-\alpha} - \rho^{1-\alpha}}{1-\alpha} \right), \quad \rho_1 \leq \xi \leq \rho$$

Çevrə üzərində əyintinin kəsilməzliyi şərti

$$C_1 \rho_1 + C_2 = C_3 \left( \frac{\rho_1^{1-\alpha} - \rho^{1-\alpha}}{1-\alpha} \right),$$

şəklində yazılır,  $\xi = \rho_1$  çevrəsində əyintinin birinci tərtib törəməsinin kəsilməzlik şərtindən isə  $C_1 = C_3 \rho_1^{-\alpha}$  olduğu alınır.

Sonuncu iki tənlikdən alırıq:

$$C_2 = C_3 \frac{\alpha \rho_1^{1-\alpha} - \rho^{1-\alpha}}{1-\alpha}.$$

Sabitlərin alınmış qiymətlərini nəzərə alsaq, oblastlarda əyintinin ifadəsi aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$w = \begin{cases} w_0 \left[ \rho_1^{-\alpha} \xi + \frac{\alpha \rho_1^{1-\alpha} - \rho^{1-\alpha}}{1-\alpha} \right], & 0 \leq \xi \leq \rho_1, \\ \frac{w_0}{1-\alpha} (\xi^{1-\alpha} - \rho^{1-\alpha}), & \rho_1 \leq \xi \leq \rho \end{cases}$$

burada  $W_0$  – lövhənin  $\xi = 0$  mərkəzində əyinti sürəti olub, naməlum qalır.

Göründüyü kimi plastik vəziyyətdə mərkəzi oblastda lövhə düz dairəvi konus şəklində alır, bu oblastdan arxada isə konik səthin şəklində çətinləşir.

#### Ədəbiyyat

1 Джагангиров А.А. Несущая способность армированной волокнами круглой трехслойной композитной пластинки защемленной по контуру. ЕКО, 2012. “Экоэнергетика” техникий журнал, №4, Баки, 2012, s.74-80.

2 Джагангиров А.А. Несущая способность армированной волокнами свободно опертой круглой трехслойной композитной пластинки. Научные Труды-Фундаментальные Науки, 2013 №1, т. XII (45), 50- 54.

3 Джагангиров А.А. Несущая способность кольцевой трехслойной волокнистой композитной пластинки, свободно опертой по внутренней и защемленной по внешней кромкам. «Механика композитных материалов и конструкций», Москва, том 21, №1, 2015, с. 35-46.

4 Джагангиров А.А. Несущая способность трехслойной волокнистой композитной кольцевой пластинки, защемленной по кромкам. Механика композитных материалов, №2, 2016, с. 101-114.

5 Джагангиров А.А. Предельная нагрузка трехслойной волокнистой кольцевой пластинки защемленной по внутренней и свободно опертой по внешней кромкам. Проблемы прочности.Т.47, №3, с.481-487. Киев

6 Гопкинс Г., Прагер В. Динамика пластической круглой пластинки //Механика, 1955, №3, с. 112-122.

7 Григорьев А.С. О несущей способности кольцевых пластин //Инж. Сбр., 1953, т. XVI.

8 Mroz Z., Shamiev F.G. Simplified yield conditions for fibre-reinforced plates and shells //Arch. Inz. Lad., 1979, vol. 25, №3, p. 463 - 476.

9 Немировский Ю.В., Романова Т.П. Несущая способность ледяных пластин криволинейной формы, усиленных жесткой вставкой. Прикладная механика и техническая физика, 2013, №4, С. 141 – 149.