

# ALFA-KARARLI GÜRÜLTÜDE KAKİ-MUSIC SIKLIK KESTİRİMİNİN OLASILIK DAĞILIMI

Mustafa A. Altinkaya

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Gülbahçe Köyü, 35437, Urla, İzmir

mustafaaltinkaya@iyte.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada simetrik alfa-kararlı ( $S\alpha K$ ) gürültü ile modellenen dürtün (impulsive) bir ortamda gözlemlenen bir sinüzoidin sıklığı kesirli alçak kerteli istatistiğe (KAKİ) dayalı geliştirilmiş ortak değişim katsayıları (GODEK) matrisinin özanalizi ve çoklu sinyal ayrıştırması (MUSIC) yöntemiyle kestirilmiş ve sıklık kestiriminin  $S\alpha K$  dağılımının parametreleri güncel  $S\alpha K$  parametre kestirimi yöntemleriyle bulunmuştur. En önemli bulgular bu kestirimlerin toplanır gürültü ile aynı karakteristik üsteli olan ve saçılımı toplanır gürültünün saçılımı ile doğrusal olarak değişen  $S\alpha K$  bir dağılımı olmasıdır. Ayrıca veri uzunluğu arttıkça kestirim saçılımı küçük bir üstelle azalmakta, toplanır gürültünün karakteristik üsteli  $\alpha$  arttığında ise kestirimlerin saçılımı gittikçe daha hızlı bir oranda azalmaktadır.

## 1. Giriş

Sinüzoidal sıklık kestirimindeki çoğu çalışma toplanır gürültünün Gauss dağılımına sahip olduğunu varsaymaktadır. Fakat gürültü Gauss-olmayan, özellikle etekleri dolu bir dağılım sınıfındaysa veya dürtün bir doğası varsa, Gauss gürültüsü varsayımına dayanan parametre kestiricileri başarısız olurlar.

Dürtün gürültü süreçleri kararlı dağılımlarla modelenebilirler. Eğer sinyal çok sayıda bağımsız ve eşdeğer dağılımın toplamı olarak düşünülebilirse, bu dağılım Genelleştirilmiş Merkezi Limit Teoremi'ne göre kararlı bir dağılım olacaktır [1]. Ayrıca kararlı dağılımlar limitlerinde Gauss dağılımını da kapsamaktadırlar.

Eğer toplanır gürültü etekleri dolu bir dağılıma sahipse verinin ortak-değişim (covariation [2]) katsayılarını (ODEK) kullanan sıklık kestiricileri Gauss gürültüsü varsayımına dayanan verinin ikinci kereden istatistiklerini (İKİ) kullanan kestiricilerden daha başarılı olmaktadır.

ODEK'ler ilk kez [3]'te Çoklu Sinyal Ayrıştırması (MUSIC) yönteminde kullanılarak geliş yönü kestirimi problemine uygulanmıştır. Daha sonra Kesirli Alçak Kerteli İstatistiğe (KAKİ) dayalı MUSIC (KAKİ-MUSIC) olarak adlandırabileceğimiz bu yöntem [4]'te simetrik alfa-kararlı ( $S\alpha K$ ) gürültü ortamında gözlemlenen bir sinüzoidin sıklık parametresinin kestirilmesinde kullanılmıştır. [5]'te ise  $S\alpha K$  gürültüde gözlemlenen çoklu ton sinyallerinin sıklıklarının KAKİ tabanlı altuzay teknikleriyle kestirimi yapılmıştır. Bu çalışmaların hepsinin ortak noktası sinüzoidlerin  $S\alpha K$  bir süreç olarak model-

lenmesidir. Daha sonra [6]'da geliştirilmiş ODEK'lerin (GODEK) kullanımı önerilmiş ve GODEK'lerin hem sinyal bileşeninin rasgele evrelili sinüzoidler, hem de özbağlanımlı (autoregressive) bir  $S\alpha K$  süreç olarak kabul edileceği altuzay teknikleriyle kullanılabilirliği gösterilmiştir. Ayrıca  $S\alpha K$  gürültü ortamındaki sinüzoidlerin birim kerteli GODEK matrisleri, Gauss gürültüdeki sinüzoidlerin ortak-değişim matrislerine benzer yapıdadır.

Bu çalışmada birim kerteli GODEK matrisi oluşturularak,  $S\alpha K$  gürültüde gözlemlenen tek bir sinüzoidin KAKİ-MUSIC ile kestirilen sıklık parametresinin olasılık dağılımı araştırılmıştır. 2. bölümde GODEK'lerin sıklık kestirimi problemine uygulanması anlatılmıştır. 3. bölümde ise  $S\alpha K$  dağılımların parametrelerinin kestirim yöntemleri incelenmiştir. 4. bölümde benzetim çalışmaları ve 5. bölümde ise bu çalışmalardan çıkarılan vargılar anlatılmaktadır.

## 2. Sıklık Kestirimi ve Genelleştirilmiş Ortak-Değişim Katsayıları (GODEK)

Sinyal gerçel sinüzoidallerin toplamından oluşmakta,

$$s_n = \sum_{k=1}^K A_k \sin(\omega_k n + \theta_k) \quad (1)$$

ve toplanır  $S\alpha K$  gürültü ortamında gözlemlenmektedir:

$$x_n = s_n + z_n \quad n = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Burada bilinmeyen parametrelerin  $k$ 'inci ton sinyali için genlik  $A_k$ , ton sıklığı  $\omega_k$  ve evre açısı  $\theta_k$  olduğu varsayılmıştır.  $N$  veri örneklerinin sayısını,  $K$  ton sinyallerinin sayısını göstermektedir.  $x_n$  ve  $z_n$  ise gözlemlenen dizi  $X_n$  ve  $S\alpha K$  gürültü dizisi  $Z_n$ 'nin gerçeklenimleridir.

$S\alpha K$  dağılımlar kararlı dağılımların önemli bir alt sınıfını oluştururlar.  $S\alpha K$  bir dağılımın karakteristik üsteli  $\alpha$ , ( $0 < \alpha \leq 2$ ); konum parametresi  $\delta$ , ( $-\infty < \delta < \infty$ ) ve saçılımı  $\gamma$ , ( $\gamma > 0$ ) ile gösterildiğinde  $S\alpha K$  bir değişkenin karakteristik işlevi

$$\phi(\omega) = \exp \{j\delta\omega - \gamma|\omega|^\alpha\} \quad (3)$$

şeklinde verilir.  $S\alpha K$  dağılımların yalnızca  $p < \alpha$  kertesinden momentleri tanımlıdır. Bu yüzden verinin İKİ'lerine dayalı kestirim yöntemleri uygulanamaz. Bir çözüm KAKİ'lerin kullanılmasıdır [1]. Sinüzoidal sıklıkların kestirilmesi için KAKİ'ye dayalı ODEK'lerden esinlenerek [6]'da önerilen

ve uygulandığı rasgele süreçlerin dağılımları üzerinde bir sınırlama getirmeyen genelleştirilmiş ODEK'ler (GODEK) kullanılabilir. İki rasgele değişken  $X$  ve  $Y$ 'nin GODEK'i

$$\lambda_{X,Y}(p) = \frac{E[XY^{<p-1>}]}{E[|Y|^p]}, \quad 0 < p < \alpha, \quad (4)$$

şeklinde hesaplanır. Burada  $Y^{<p-1>} = |Y|^{p-1} \text{signum}(Y)$  ve

$$\text{signum}(Y) = \begin{cases} 1 & \text{for } Y > 0, \\ 0 & \text{for } Y = 0, \\ -1 & \text{for } Y < 0. \end{cases} \quad (5)$$

olarak tanımlanmıştır. (1) ve (2)'in (4)'e yerleştirilmesi ile elde edilen  $X_n$  ile  $X_l$ 'nin GODEK'i genel  $p$  değerleri için doğrusal olmayıp kapalı formda ifade edilemez. Ancak  $p = 1$  olarak seçildiğinde [6]'da  $S\alpha K$  gürültüde gözlemlenen rasgele evreli bir sinüzoidin GODEK'lerinin

$$\lambda_{X_n, X_l}(p)|_{p=1} = \zeta_1 \cos\{\omega_1(n-l)\} + P_{z_l}^{(1)} \delta_{nl} \quad (6)$$

olarak bulunduğu gösterilmektedir. Burada  $\zeta_1$  ve  $P_{z_l}^{(1)}$  sabit katsayılar olup toplanır beyaz gürültünün  $S\alpha K$  dağılımına bağlıdır ve  $\delta_{nl}$  ise Kronecker delta'dır. Aynı makalede sinüzoidlerin sayısının iki olduğu durumda da benzer bir ifadenin elde edildiği gösterilmekte ve  $K$  adet sinüzoid  $S\alpha K$  gürültüde gözlemlendiğinde dizinin GODEK'lerinin

$$\lambda_{X_n, X_l}(p)|_{p=1} = \sum_{k=1}^K \varrho_k \cos\{\omega_k(n-l)\} + P_{z_l}^{(K)} \delta_{nl} \quad (7)$$

olarak elde edileceği belirtilmektedir. Bu eşitlikte  $\{\varrho_k, k = 1, \dots, K\}$ lar pozitif gerçel sabitler olup toplanır  $S\alpha K$  gürültünün  $\alpha$ 'sının ve sinüzoidlerin genliklerinin doğrusal olmayan bir fonksiyonu olarak değişmektedir. (7) yaygın olarak bilinen toplanır beyaz Gauss gürültüde gözlemlenen sinüzoidlerin İKİ'leri olan ortak-değişinti matrisleriyle benzer yapıdadır. Böylece  $p = 1$  değeri için GODEK matrisi  $\mathbf{C}_{\mathbf{x}}^{(1)} = \{\lambda_1(n, l), n, l = 1, \dots, M\}$  olarak oluşturulur.

GODEK matrisi  $S\alpha K$  süreçler için İKİ'ye dayalı ortak-değişinti matrisinin Gauss süreçler için taşıdığına benzer bir anlam taşımaktadır. GODEK matrisine özaynırtma uygulandığında, büyük özdeğerler sinyal altuzayı özvektörlerine ait olmakta, diğer özvektörler ise gürültü altuzayını oluşturmaktadır. Böylece GODEK matrisine uygulanan bir öze analiz sonrasında uygun bir sinyal ya da gürültü altuzayı tekniği ile sinyal parametreleri kestirilebilir. GODEK matrisinin bakışlı olmadığına dikkat edilmelidir. Bu yüzden öze analiz daha zorlaşmakta ve Gauss süreçler için geliştirilmiş olan birçok altuzay parametre kestirim teknikleri alfa-kararlı ( $\alpha K$ ) süreçler için uygulanamaz olmaktadır.

### 3. $S\alpha K$ Dağılımların Parametrelerinin Kestirimi

GODEKleri kullanan KAKİ-MUSIC sıklık kestirimlerinin  $S\alpha K$  bir dağılımının olduğu [7]'de histogram eşleştirme yöntemi ile gösterilmişti. Bu kestirim dağılımının  $S\alpha K$  dağılım parametrelerinin bulunması için teknik yazında üstün başarımlarıyla öne çıkan yöntemler kullanılmıştır.  $\alpha K$  dağılım parametrelerinin kestirimleri konusunda güncel ayrıntılı araştırmalar

olarak yalnızca simetrik  $\alpha K$  dağılımlar için [8]'e, simetrik olmayan  $\alpha K$  dağılımlar için [9]'a bakılabilir. Bu çalışmada öncelikle [9]'daki yöntemlerle yamukluk (skewness) parametresinin sıfır olarak bulunduğu görülmüş, daha sonra [8, 10]'daki  $S\alpha K$  parametre kestirim yöntemleri kullanılmıştır.

[10]'da  $S\alpha K$  dağılım parametreleri UDT (Uç Değerler Teorisi) kullanılarak kestirilmektedir. [8]'deki pozitif ve negatif KAKİ'leri kullanan SİNC-kestiricisi olarak anılan yöntem ile logaritmik moment yöntemi UDK yönteminden daha başarılı olup benzer başarımları sergilemektedirler. Logaritmik moment yönteminde SİNC-kestiricisi yönteminde olduğu gibi KAKİ'lerin kertesini  $p$ 'nin seçimi ve bir sinc(.) işlevinin tersinin bulunmasının gerekmemesi nedeniyle bu bildiride genel olarak logaritmik moment yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde parametreler şu şekilde bulunmaktadırlar.

- Önce verinin ortanca değeri olarak konum parametresi  $\delta$  kestirilir ve kestirimler sıfır konum parametrelili olacak şekilde ötelenir.
- $Y = \log|X|$  olarak tanımlanırsa moment üreten fonksiyonun seri açılımı

$$E[|X|^p] = E(e^{pY}) = \sum_{k=0}^{\infty} E[Y^k] \frac{p^k}{k!}, \quad -1 < p < \alpha \quad (8)$$

şeklinde hesaplanır. Daha sonra  $Y$ 'nin beklentisi ve değışintisi ise

$$E(Y) = C_e \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) + \frac{1}{\alpha} \log \gamma, \quad (9)$$

$$\text{Var}(Y) = \frac{\pi^2}{6} \left( \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{2} \right) \quad (10)$$

olarak bulunur. Burada  $C_e = 0.57721566 \dots$  olup Euler sabitidir.

- Beklenti ve değışinti ifadeleri için

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N}, \quad \hat{\sigma}_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}{N-1} \quad (11)$$

şeklinde verilen örneklem değerlerinin kullanımıyla önce (10) ile  $\alpha$  daha sonra bu kestirim (9)'a yerleştirilerek  $\gamma$  kestirilir.

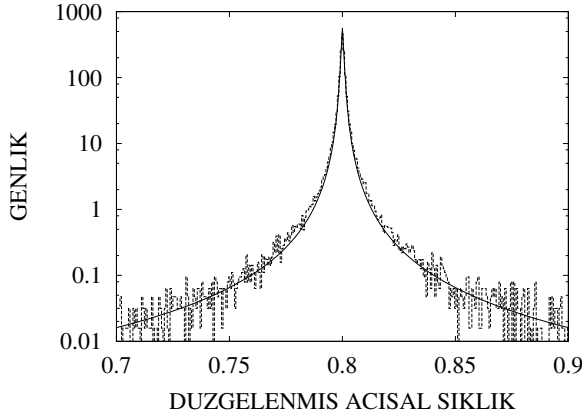
### 4. Benzetim Çalışmaları

Bu çalışmada KAKİ-MUSIC yöntemi ile  $S\alpha K$  gürültü ortamında kestirilen gerçel bir sinüzoidin sıklık parametresinin olasılık dağılımı araştırılmıştır. KAKİ-MUSIC sıklık kestirimi  $0 < p < \alpha$  aralığındaki  $p$  değerleri için  $\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{x}}^{(p)} = \{\hat{\lambda}_p(n, l), n, l = 1, \dots, M\}$ , olarak gösterilen ve  $\lambda_{X_n, X_l}(p)$ 'nin kestirimi olan  $(n, l)$ 'inci elemanı

$$\hat{\lambda}_p(n, l) = \left( \sum_{i=1}^{N-M+1} X_{n+i-1} |X_{l+i-1}|^{p-1} \right) \text{signum}(X_{l+i-1}) \left( \sum_{i=1}^{N-M+1} |X_{l+i-1}|^p \right)^{-1} \quad (12)$$

şeklinde verilen örneklem GODEK matrisine özvektör ayrıştırması uygulanarak,

$$\text{KAKİ-MUSIC}(\omega) = \frac{1}{\sum_{i=2}^M \sum_{k=1}^M |\mathbf{d}^H \hat{\mathbf{v}}_i|^2} \quad (13)$$



Şekil 1: KAKİ-MUSIC sıklık kestirimi dağılımının histogramı ve bu dağılımın kestirilen parametreleriyle belirlenen  $S\alpha K$  olasılık yoğunluk fonksiyonu ( $\alpha = 1.001$ ,  $GSGO = 20$  dB,  $M = 20$ ,  $N = 50$ , 100000 gürültü ve faz gerçekleştirimi.)

ifadesindeki KAKİ-MUSIC spektrumunun tepe değeri olarak bulunur. Burada  $\mathbf{d} = [1 \exp\{j\omega\} \cdots \exp\{j\omega(M-1)\}]^T$  karmaşık sinüzoidal vektör ve  $\{\mathbf{v}_i, i = 2K+1, \dots, M\}$  en küçük  $M - 2K$  özdeğere ait kestirilen gürültü altuzayındaki kolon özvektörlerdir. Burada üsteller  $H$  ve  $T$ , karmaşık eşlenik devrik ve devrik işlemlerini göstermektedir.

Benzetimlerde aksi belirtilmediği sürece toplanır gürültünün karakteristik üsteli  $\alpha = 1.001$ , veri uzunluğu  $N = 50$ , benzetim yürütümlerinin sayısı 100000, tek sinüzoidin düzgelmiş acısal sıklığı  $\omega = \omega_1 = 0.8$ 'dir. Gauss dağılımı dışındaki genel bir  $S\alpha K$  dağılımın değışintisi tanımlı olmadığı için sinyal kuvvetinin toplanır gürültününkine oranını göstermek için bu çalışmada

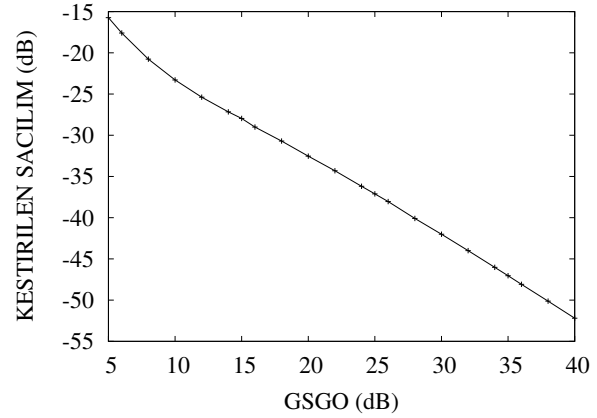
$$GSGO \doteq 10 \log \left( \frac{1}{\gamma N} \sum_{n=1}^N |s_n|^2 \right) \quad (14)$$

olarak tanımlanan Genelleştirilmiş Sinyal Gürültü Oranı (GSGO) kullanılmıştır.

[7]'de  $S\alpha K$  gürültüde gözlemlenen sinüzoidlerin GODEK'lere dayalı KAKİ-MUSIC ile kestirilen sıklık parametrelerinin  $S\alpha K$  bir olasılık dağılımıyla modellenildiği histogram eşleştirmesi yöntemi ile gösterilmiştir. Bu çalışmada aynı problemdeki sıklık kestirimlerinin  $S\alpha K$  olasılık dağılımlarının parametreleri 3. Bölüm'de anlatılan [8, 10]'daki  $S\alpha K$  dağılım parametrelerinin kestirimi yöntemleriyle bulunmuştur. Parametreleri kestirilen  $S\alpha K$  dağılımların çizdirilmesinde ise [11]'deki yazılım kullanılmıştır.

#### 4.1. Kestirimlerin Histogramı ve Kestirim Dağılımına Uyan $S\alpha K$ Modelin Belirlenmesi

Şekil 1'de karakteristik üsteli  $\alpha = 1.001$  olan toplanır  $S\alpha K$  gürültüdeki KAKİ'ye dayalı MUSIC kestirimlerinin histogramı ve bu sıklık kestirimlerin dağılımının kestirilen  $S\alpha K$  dağılım parametreleriyle belirlenen  $S\alpha K$  olasılık yoğunluk işlevi gösterilmektedir. Logaritmik momentler yöntemiyle bulunan  $S\alpha K$  dağılım parametreleri  $\alpha = 1.0205$  ve  $\gamma =$



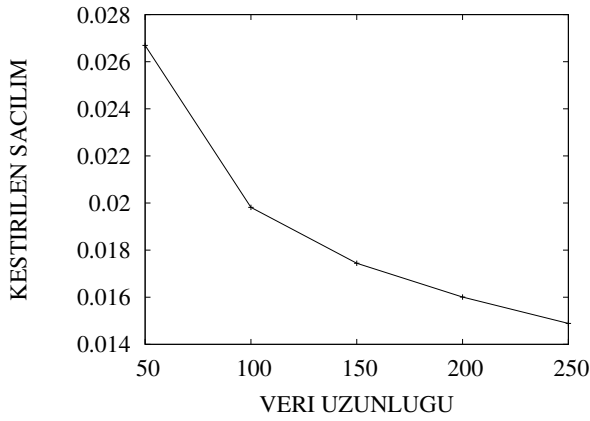
Şekil 2: KAKİ-MUSIC sıklık kestirimi saçılımının gözlemlenen sinyalin GSGO'suna bağlı değışimi ( $\alpha = 1.001$ ,  $M = 20$ ,  $N = 50$ , 100000 gürültü ve faz gerçekleştirimi.)

$5.5774e - 4$  olup ortanca sıklık değeri olan konum parametresi  $\delta = 0.800001$  olarak belirlenmiştir. Şekil 1'de görüldüğü gibi sıklık kestirimi histogramı için parametreleri kestirilen  $S\alpha K$  olasılık yoğunluk işlevinin çok iyi bir model oluşturduğu görülmektedir. Farklı karakteristik üsteller için de benzer sonuçlar alınmıştır. Bu benzetim sonuçları  $S\alpha K$  gürültüde gözlemlenen bir sinüzoidin KAKİ-MUSIC sıklık kestirimlerinin aynı karakteristik üstel  $\alpha$  ile tanımlanan ve konum parametresi sinüzoidin sıklığına eşit olan bir  $S\alpha K$  dağılımı olduğunu göstermektedir. Bundan sonraki benzetimlerde sinyal modelindeki diğer parametrelerin,  $S\alpha K$  bir dağılımı olan sıklık kestirimlerinin saçılım parametresi üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

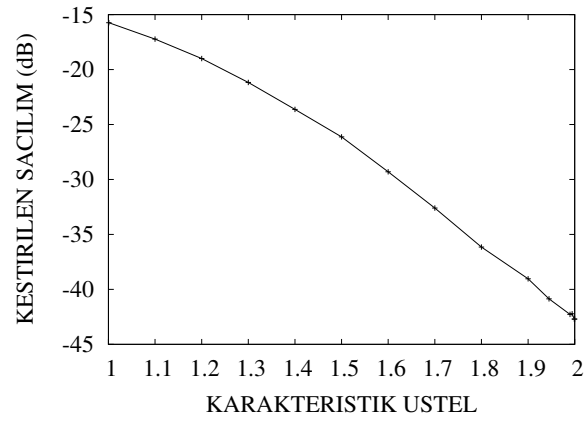
#### 4.2. Kestirim Saçılımının GSGO ve Veri Uzunluğuna Bağlı Değışimi

Şekil 2'de KAKİ-MUSIC sıklık kestiriminin saçılımının toplanır  $S\alpha K$  gürültünün GSGO'suna bağlı değışimi görülmektedir. Her iki eksenin de logaritmik olarak dB cinsinden ölçeklendirildiği bu şekilde toplanır  $S\alpha K$  gürültünün saçılımı ile sıklık kestiriminin saçılımı arasında doğrusal bir ilişki olduğu dikkati çekmektedir. GSGO tanımından anlaşılacağı gibi toplanır gürültünün saçılımı ile GSGO ters orantılıdır. Bu yüzden sabit sinyal genliği kabul edilirse GSGO'daki dB cinsinden birim artış toplanır  $S\alpha K$  gürültü genliğinde aynı miktarda azalışa karşılıktır. Yani toplanır  $S\alpha K$  gürültünün saçılımı azaldıkça,  $S\alpha K$  dağılımlı KAKİ-MUSIC sıklık kestiriminin saçılımı da azalmaktadır.

Şekil 3'te ise yine KAKİ-MUSIC sıklık kestirimi saçılımının bu kez veri uzunluğuna bağlı olarak değışimi gösterilmiştir. Bu şekilde sıklık kestirimi saçılımının veri uzunluğu ile ters orantılı olduğu ve veri uzunluğu arttıkça onun üstel bir işlevi ile azaldığı görülmektedir. Ancak üstel azalma oranı oldukça düşüktür.



Şekil 3: KAKİ-MUSIC sıklık kestirimi saçılımının veri uzunluğuna bağlı değişimi ( $\alpha = 1.001$ ,  $M = 20$ ,  $GSGO = 5$  dB, 100000 gürültü ve faz gerçekleşimi.)



Şekil 4: KAKİ-MUSIC sıklık kestirimi saçılımının toplam  $S\alpha K$  gürültünün karakteristik üsteline bağlı değişimi ( $GSGO = 5$  dB,  $M = 20$ ,  $N = 50$ , 100000 gürültü ve faz gerçekleşimi.)

### 4.3. Kestirim Saçılımının Toplanr Gürültünün Karakteristik Üsteli $\alpha$ 'ya Bağlı Değişimi

Şekil 4'te KAKİ-MUSIC sıklık kestiriminin saçılımının toplanr  $S\alpha K$  gürültünün karakteristik üsteli  $\alpha$ 'ya bağlı değişimi görülmektedir. Karakteristik üstel  $\alpha$  arttıkça kestirilen  $S\alpha K$  dağılımın saçılım parametresi  $\gamma$  azalmaktadır.  $\alpha$ 'daki birim artışın neden olduğu  $\gamma$ 'daki azalma ise yüksek  $\alpha$  değerlerinde daha fazladır.

## 5. Vargılar

Bu çalışmada daha önce [7]'de histogram eşleştirmesi yöntemi ile gösterilen  $S\alpha K$  gürültüde gözlemlenen sinüzoidlerin GODEK'lere dayalı KAKİ-MUSIC sıklık kestirimlerinin  $S\alpha K$  bir olasılık dağılımı olmasından yola çıkılarak bu  $S\alpha K$  dağılımın parametreleri güncel  $S\alpha K$  dağılım parametresi kestirim yöntemleriyle kestirilmiştir. Benzetim sonuçlarıyla yapılan en önemli tespit toplanr  $S\alpha K$  gürültünün  $\alpha$ 'sı ile kestirim dağılımının  $\alpha$ 'sının aynı olmasıdır. Ayrıntılı benzetim çalışmaları yoluyla kestirim dağılımının saçılımının sinyal modelindeki diğer parametrelerden etkilenmesi ortaya koyulmuştur. Toplanr gürültünün saçılımı azaldıkça kestirim saçılımı onunla doğrusal olarak azalmaktadır. Kestirim saçılımının artan veri uzunluğunun ise üstel küçük katsayılı bir işleyle azaldığı gözlemlenmiştir. Ayrıca toplanr gürültünün dürtünlüğü azaldıkça sıklık kestiriminin saçılımı da azalmaktadır. GODEK'lere dayalı KAKİ-MUSIC'in sıklık kestirimi dağılımı üzerine yapılan bu araştırma yöntemin başarımını daha gerçekçi bir şekilde değerlendirmeyi olanaklı kılmıştır.

## 6. Kaynakça

- [1] M. Shao ve C. L. Nikias, "Signal processing with fractional lower order moments: Stable processes and their applications," *Proc. IEEE* **81** (1993) 986-1010.
- [2] G. Miller, "Properties of certain symmetric stable distribution," *J. of Multivariate Anal.* **8** (1978) 346-360.
- [3] P. Tsakalides and C. L. Nikias, "The robust covariation-based MUSIC (ROC-MUSIC) algorithm for bearing estimation in impulsive noise environments", *IEEE Trans. on Signal Processing*, **44** (7) (1996) 1623-1633.
- [4] M. A. Altınkaya, H. Deliç, B. Sankur ve E. Anarım, "Frequency Estimation of Sinusoidal Signals in Alpha-Stable Noise Using Subspace Techniques", *Proc. 8th IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal and Array Processing*, Korfu, Yunanistan, (24-26 Haziran 1996) 234-237.
- [5] M. A. Altınkaya, B. Sankur, H. Deliç ve E. Anarım, "Alfa-kararlı gürültüde çok tonlu sinyallerin altuzay teknikleriyle parametre kestirimi", *SİU 2001 9. Sinyal İşleme ve Uygulamaları Kurultayı Bildiriler Kitabı*, Magosa, KKTC (25-27 Nisan 2001) 9-14.
- [6] M. A. Altınkaya, H. Deliç, B. Sankur, E. Anarım, "Subspace-Based Frequency Estimation of Sinusoidal Signals in Alpha-Stable Noise", *Signal Processing, Special Issue on Signal Processing with Heavy Tailed Distributions*, **82**, (12) (2002) 1807-1827.
- [7] M. A. Altınkaya, "Alfa-kararlı gürültüde altuzay teknikleriyle kestirilen sinüzoidal sıklıkların istatistiksel özellikleri", *SİU 2002*, Cilt 2, Pamukkale, Denizli, (12-14 Haziran) 635-640.
- [8] X. Ma ve C. L. Nikias, "Parameter estimation and blind channel identification in impulsive signal environments", *IEEE Trans. on Signal Proc.*, **43** (12) (1995) 2884-2897.
- [9] E. E. Kuruoğlu, "Density parameter estimation of skewed  $\alpha$ -stable distributions", *IEEE Trans. on Signal Processing*, **49** (10) (2001) 2192-2201.
- [10] G. A. Tsihrantzis, C. L. Nikias, "Fast estimation of the parameters of alpha-stable impulsive interference", *IEEE Trans. on Signal Processing*, **44** (6) (1996) 1492-1503.
- [11] J. P. Nolan, "Software and papers on stable distributions", <<http://academic2.american.edu/jpnolan/stable/stable.html>>